Informática Educativa Vol 11, No,2, 1998
UNIANDES LIDIE pp. 271-283

TECNOLOGÍA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Cristina CARULLA
Pedro GÓMEZ

RESUMEN

En este proyecto de investigación exploramos el papel que puede jugar la tecnología en la resolución de problemas. Trabajamos con un grupo de tres estudiantes universitarios pertenecientes a un curso de precálculo que seguía una innovación curricular que involucraba las calculadoras gráficas. Se grabó en video su actuación durante una hora en la resolución de un problema sobre transformaciones (dilataciones y traslaciones) de la función radical. Esta grabación fue transcrita y de ella se identificaron aquellos segmentos en los que se produjeron conflictos entre lo que los estudiantes esperaban y lo que encontraron. Encontramos que la utilización de la tecnología puede generar errores en la actuación de los estudiantes. Estos errores son producto de la autoridad que los estudiantes le dan a la información que provee la calculadora gráfica, a la deficiente lectura por parte de los estudiantes de esta información y a la manera parcial como los estudiantes aprovechan las potencialidades que ofrecen las máquinas. Se discutirá acerca del papel que el diseño curricular y la actuación del profesor pueden jugar en estas dificultades[1].

INTRODUCCIÓN

Desde su aparición, hace aproximadamente quince años, las calculadoras gráficas han motivado gran interés en la comunidad de educación matemática. Se han hecho multitud de estudios para evaluar los efectos de su utilización en diversos aspectos del currículo. Revisiones recientes de la literatura como las de Dunham y Dick [1], Ruthven [2] y Penglase y Arnold [3] muestran que aunque los resultados de los estudios no son conclusivos, es posible afirmar que la utilización de las calculadoras gráficas

1 El estudio que se reporta aquí fue apoyado en parte por *la Fundación para el Avance de la Ciencia y la Tecnología* del Banco de la República.

puede aportar al aprendizaje de los conceptos de función y gráfica y al desarrollo de habilidades espaciales de visualización. También pueden promover el paso de la manipulación simbólica a la investigación gráfica y al examen de las conexiones entre los diversos sistemas de representación que se encuentran asociados a un concepto dado. Por otra parte, otros estudios no han encontrado efectos significativos e inclusive algunos investigadores defienden la tesis de que el uso de este tipo de tecnología puede resultar en la pérdida de ciertas habilidades que consideran necesarias para la comprensión. Sin embargo, la mayoría de estos estudios se aproximan a la problemática de la utilización de la calculadora desde una perspectiva de "caja negra": se diseña una innovación curricular que involucra la calculadora gráfica, se lleva a la práctica esta innovación curricular y se comparan las actuaciones de los estudiantes que participaron en la innovación curricular con la de otros estudiantes que siguieron un diseño y desarrollo curricular que no utilizó la tecnología. A partir de los resultados se concluye acerca de los efectos de la tecnología en el aprendizaje de los estudiantes. Saber que la utilización de las calculadoras gráficas puede tener efectos en diversos aspectos del proceso de enseñanza y aprendizaje es importante. Pero, surge la pregunta acerca de cómo aparecen estas diferencias y de qué manera la utilización de las calculadoras crea nuevas situaciones que pueden dar lugar a estas diferencias. Para el caso de la resolución de problemas, Penglase y Arnold proponen preguntas como "¿Puede la utilización de las calculadoras gráficas realzar el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas? Si lo hace, ¿de qué maneras?" [op.cit, p. 83]. Desde este punto de vista, resulta interesante hacerse preguntas como las siguientes: ¿de qué manera se utilizan las calculadoras gráficas? ¿Para qué se usan? ¿En qué momentos se utilizan? ¿De qué manera el problema a resolver puede cambiar con motivo de la presencia de las calculadoras gráficas? ¿Cómo puede la calculadora generar oportunidades de aprendizaje? ¿Qué papel puede jugar en la consolidación o el cambio de concepciones erradas? En este artículo nos aproximamos a algunas de estas preguntas al analizar desde un punto de vista microgenético [4] la actuación de un grupo de estudiantes en la resolución de un problema sobre funciones. En este artículo presentamos el problema que queríamos explorar. En seguida proponemos un marco conceptual con el cual es posible aproximarse a ese problema y redefinimos el problema con base en el marco conceptual. A continuación describimos la metodología que utilizamos para recoger, codificar y analizar la información. Finalmente presentamos los resultados y proponemos algunas conclusiones.

PROBLEMA

CONTEXTO

Se le entregó a tres estudiantes un problema que debían resolver. Estos estudiantes se encontraban al final de un curso de precálculo en el cual se permitía el uso de la calculadora gráfica en todo momento. Nos interesaba identificar un momento en el que el grupo se encontrara bloqueado para resolver alguna parte del problema y ver cómo y de qué manera el grupo lograba salir del bloqueo. El objetivo principal que nos fijamos fue el de describir el papel de la calculadora en este proceso.

Preguntas

Nos hicimos las siguientes preguntas: ¿Qué papel juega la calculadora en el momento en que se bloquean los estudiantes? ¿y en el momento en el que logran desbloquearse? ¿Qué manejo hacen los estudiantes de los objetos matemáticos durante el momento identificado dada la presencia de la calculadora gráfica?

Dentro del proceso de entrada y salida del bloqueo, nos interesaba observar algunos detalles sobre el manejo de la calculadora: ¿Cuál es el uso que los estudiantes dan a la calculadora durante el proceso? ¿Cuál es la información que los estudiantes buscan en la calculadora? ¿Cómo leen los estudiantes la información que les da la calculadora? ¿Ayuda esta información a desbloquear a los estudiantes? ¿Cómo se manejan los sistemas de representación de los objetos matemáticos involucrados en el problema?

COMPRENSIÓN Y TECNOLOGÍA

SISTEMA SUJETO-MEDIO Y EL PAPEL DE LA TECNOLOGÍA

Para poder identificar el papel que la tecnología juega en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y para poder explorar los efectos que su utilización tiene en el aprendizaje, es necesario hacerlo dentro de algún tipo de modelo que permita simplificar la complejidad de esta situación. Utilizamos ideas de Balacheff [5] para estos propósitos. Este modelo ubica el aprendizaje como un proceso que tiene lugar en la interacción entre el sujeto (estudiante), el medio y los agentes didácticos (ver figura 1). La dimensión cognitiva es el aspecto relevante del sujeto desde el punto de vista del sistema. Esta dimensión cognitiva actúa y reacciona a los estímulos que le proporciona el medio. El medio va más allá de los aspectos materiales (por ejemplo, tareas que hay que resolver) e incluye tanto las interacciones con los sistemas simbólicos, como las interacciones sociales que pueden producir conocimiento. El medio es un sistema antagonista del sujeto. El medio está en capacidad de actuar y de reaccionar a las actuaciones del sujeto.

De acuerdo con este modelo, el conocimiento es una propiedad del sujeto en situación y en interacción con el sistema antagonista. El conocimiento es la característica del sistema que le permite a éste permanecer en equilibrio. Esta interacción es significativa porque permite satisfacer las restricciones que condicionan la viabilidad de la relación sujeto–medio. De esta forma, el conocimiento está representado por la capacidad del sistema para mantener un equilibrio dinámico cuando se enfrenta a perturbaciones. Cuando la actuación del medio no es reconocida por el sujeto como una actuación esperada (perturbación), el sujeto debe adaptar su dimensión cognitiva a esta nueva situación de tal forma que se obtenga el equilibrio. En los sistemas escolares formales, la condición temporal (hay que desarrollar unas actividades en un tiempo determinado) y la condición epistemológica (hay un saber de referencia con respecto al cual se trabaja) son las dos principales condiciones que se tienen sobre el sistema.

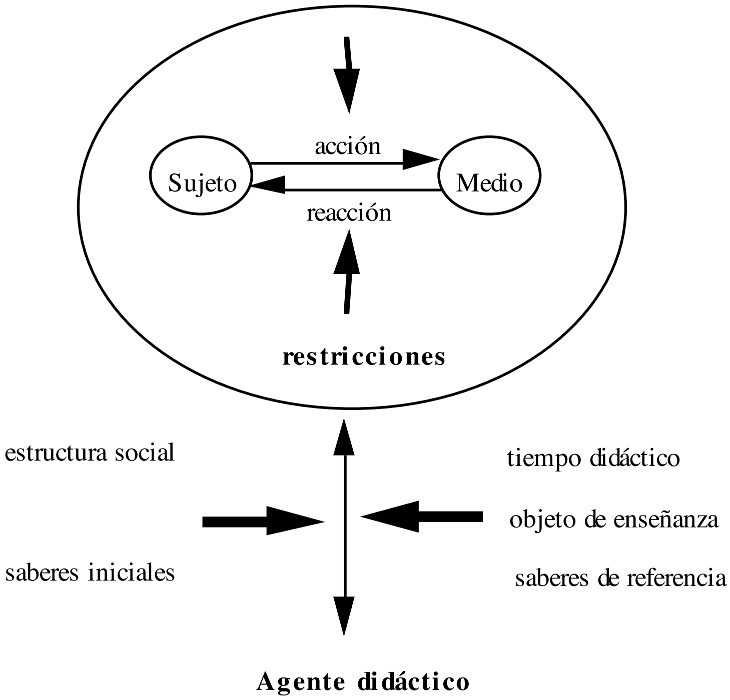


Figura 1. Sistema didáctico

La función del profesor (o de otros agentes didácticos, como la tecnología) es la de organizar —a través del diseño e implantación de una situación— un encuentro entre el sujeto y el medio para que surja el conocimiento. Este encuentro debe buscar, en general, que tenga lugar una perturbación del sistema, de tal forma que la búsqueda de un nuevo estado de equilibrio del sistema produzca un nuevo conocimiento que esté acorde con las condiciones impuestas por el sistema (e.g., el conocimiento a aprender). El aprendizaje tiene lugar como proceso de reconstrucción de un equilibrio del sistema. La acción del agente didáctico (profesor, tecnología, en representación de la institución encargada de la enseñanza) se encuentra mediada por la estructura social de la clase, los saberes iniciales de los estudiantes, el tiempo didáctico, el objeto de enseñanza y los saberes de referencia. Para que el conocimiento surja dentro de este sistema didáctico es necesario que el agente didáctico organice el encuentro entre el sujeto y el medio de tal forma que hayan perturbaciones del sistema: brechas identificables por el sujeto entre el resultado esperado por él y lo que el medio le devuelve. La búsqueda del equilibrio por parte del sistema produce procesos de asimilación y acomodación de los esquemas cognitivos del sujeto que generan la construcción de su conocimiento matemático [6].

Los diferentes papeles que la tecnología puede jugar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se pueden identificar dentro del modelo que se acaba de describir. Por una parte, la tecnología hace parte del medio puesto que es una parte del entorno que interviene en las interacciones con los sistemas simbólicos. Por esta razón, la tecnología puede apoyar la acción del agente didáctico en el diseño de la situación que define el encuentro entre el sujeto y el medio. En este sentido, la tecnología puede jugar un papel tanto en el diseño de las situaciones que generan perturbaciones del sistema didáctico, como en la manera como estas perturbaciones afectan el sistema y son reconocidas por el mismo. Finalmente, la tecnología puede jugar un papel en el tipo de problemas que el sujeto puede afrontar, en la capacidad del sujeto para transformar unos problemas en otros, en los sistemas de representación utilizados por el sujeto y en los esquemas de validación que éste utiliza. De esta forma, se hace evidente que la evolución de las concepciones del sujeto puede depender de la presencia de la tecnología, como agente didáctico que influye en el funcionamiento del sistema.

OBJETOS MATEMÁTICOS, REPRESENTACIONES Y REPRESENTANTES

Resulta evidente que la calculadora gráfica es también un medio —en el sentido utilizado por Kaput [7]— en el que el estudiante puede trabajar utilizando diversos sistemas de representación y que presenta características particulares que la diferencian claramente de otros medios como el lápiz y el papel. Una de estas diferencias ha sido propuesta por Schwarz y Dreyfus [8] al introducir el concepto de *representante* de una función. Desde el punto de vista simbólico, $f(x) = (x-1)^2$ y $g(x) = x^2 - 2x + 1$ son dos representantes de una misma función. En el sistema de representación gráfico una función puede tener una infinidad de representantes. Esta multiplicidad se hace aún más manifiesta con la calculadora gráfica dado que elementos como las escalas de los ejes y el rango que se define para la ventana en la que aparece la gráfica son variables. De esta forma, la calculadora gráfica aumenta el número de problemas que pueden hacer parte de una concepción y los operadores con los cuales un problema se puede transformar en otro.

Informática Educativa, **11** (2), 1998

EL PROBLEMA DE NUEVO

A partir de las ideas anteriores, es posible identificar los diferentes papeles que puede jugar la calculadora gráfica en una actividad de resolución de problemas. Por una parte, la calculadora gráfica hace parte del medio puesto que es una parte del entorno que interviene en las interacciones con los sistemas simbólicos. Por esta razón, la calculadora gráfica puede apoyar la acción del agente didáctico en el diseño de la situación que define el encuentro entre el sujeto y el medio. En este sentido, la calculadora gráfica puede jugar un papel tanto en el momento en que ocurre una perturbación del sistema didáctico, como en la manera como esta perturbación afecta el sistema y es reconocida por el mismo. Finalmente, la calculadora gráfica puede jugar un papel en el tipo de problemas que el sujeto puede afrontar, en la capacidad del sujeto para transformar unos problemas en otros (los operadores), en los sistemas de representación utilizados por el sujeto y en los esquemas de validación que éste utiliza. De esta forma, se hace evidente que las concepciones pueden depender de la presencia de la tecnología.

METODOLOGÍA

ESQUEMA

Se grabó en video una actividad de resolución de problemas de una hora que involucraba el análisis de transformaciones de funciones en los sistemas de representación gráfico y simbólico. Esta actividad fue realizada por tres estudiantes. Se transcribió la interacción entre los estudiantes y se identificó una situación donde aparecía una perturbación.

EL INSTRUMENTO

A continuación presentaremos el problema que fue seleccionado y con el cual esperábamos generar algún tipo de perturbación del sistema didáctico. En una primera parte presentaremos los objetivos del ejercicio y en una segunda parte daremos el enunciado del problema.

OBJETIVOS

Hacia el final del curso, después de presentar diferentes tipos de funciones, se quiere generalizar fenómenos que se dan para cada uno de los tipos de funciones estudiadas. La actividad objeto de este estudio se realizó en este momento. Se escogió una situación problemática estilo tabla. La idea, en este tipo de problemas, es presentar una tabla en la cual se dan simultáneamente diferentes funciones. En las columnas se encuentra información sobre las funciones y en las filas se encuentran transformaciones de estas funciones (valor absoluto, multiplicada por dos, multiplicado el argumento por dos). El estudiante debe llenar algunos espacios de la tabla. Posteriormente se le hacen preguntas referentes a lo que hizo en la tabla.

La situación problemática tenía como objetivo principal tratar de ver si el estudiante podía utilizar el concepto de composición de funciones. Para esto se le pedía al estudiante fabricar una función **h** y una función **g** de tal manera que resultara al componerlas una función de las que se les había dado en la tabla. Cada una de las filas contenía una transformación de la función que aparecía en la cabeza de la columna. En total eran siete transformaciones para dos funciones. Sin embargo, dado que los estudiantes no tuvieron tiempo para trabajar esta parte y utilizaron la hora trabajando las transformaciones de las funciones, no presentaremos el enunciado completo del problema sino lo que corresponde a lo que trabajaron. Para la solución del problema se necesitan herramientas que se trabajaron durante el curso como el manejo de las diferentes representaciones de una función, conocimientos de funciones polinómicas, radicales y valor absoluto.

ENUNCIADO

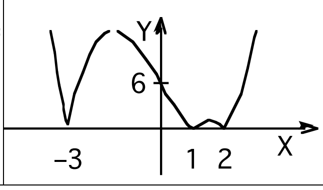
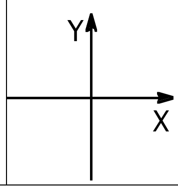
Usted va a trabajar con dos funciones,

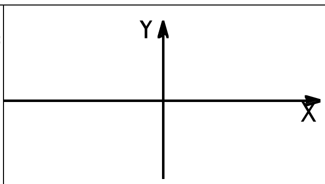
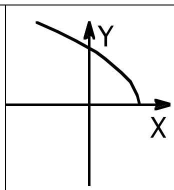
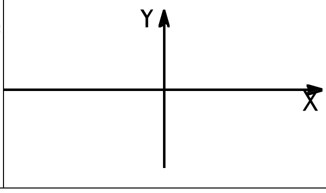
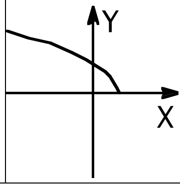
f(x) = (x-2)(x+3)(x-1) y

f(x) = $\sqrt{(3-x)}$

En cada fila obtenga la gráfica y la expresión simbólica de la función **g** que se obtienea partir de la de **f**.

Dé argumentos simbólicos para explicar la relación que hay entre los cortes de **f** y los de **g**.

	f(x) = (x-2)(x+3)(x-1)	Expresión simbólica de g	f(x) = $\sqrt{(3-x)}$	Expresión simbólica de g
1. g(x) = |f(x)|				

2. g(x) = 2f(x)				
3. g(x) = f(2x)				

ORGANIZACIÓN

Para realizar el video, tomamos la decisión de aislar a los tres estudiantes que se querían observar del resto de compañeros y del profesor. Se escogió un grupo de estudiantes que normalmente trabajaban juntos. Se tuvo en cuenta que el grupo escogido no estuviera dentro de los que rápidamente encuentran las respuestas de los problemas ni dentro de los que siempre se trancan y no llegan a la respuesta.

Estos estudiantes fueron llevados a una oficina con cámara de video en donde trabajaron en la resolución del problema. El profesor no estuvo presente. Tuvieron, al igual que sus compañeros de la clase, una hora para resolverlo. Estos estudiantes debían entregar una hoja con la respuesta. Es importante señalar que la cámara no grababa la pantalla de la calculadora. Como ayuda técnica suplementaria se realizó una grabación de audio.

SELECCIÓN DE SEGMENTOS

La primera tarea que se realizó fue la de identificar segmentos en el video, es decir secuencias en donde se observara claramente el trabajo en una tarea específica o en un tema específico. Inicialmente se identificaron ocho segmentos de los cuales algunos guardaban relación con otros. De estos segmentos se escogieron cuatro que cumplían con las siguiente condiciones: el discurso se entendía, se veía y comprendía lo que los estudiantes estaban haciendo, se identificaba claramente un momento de perturbación del sistema y luego un momento en el que se lograba un equilibrio.

TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO

Para los cuatro segmentos seleccionados realizamos una transcripción. Generamos una tabla en la que en la primera columna figuraban los tiempos y el tema tratado y en las siguientes columnas lo que decía y hacía cada uno de los estudiantes. Con flechas de diferentes colores se indicaba el sentido de la interacción.

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LO SUCEDIDO EN LA SESIÓN

INTERACCIÓN

Aunque el grupo estaba conformado por tres estudiantes, la interacción se dio entre dos de ellos que trabajaron con una misma calculadora. Estos dos estudiantes se pedían la calculadora cada vez que la necesitaban y en otras ocasiones compartían la información de la pantalla. El tercer miembro participaba muy poco en las discusiones de los dos estudiantes ya que no estaba contento con la información que le proporcionaba su calculadora. Tenía una calculadora de marca diferente y no se sentía seguro de lo que estaba haciendo con ella. La información que obtenía no concordaba con la información de los otros estudiantes. Este estudiante de vez en cuando participaba de las discusiones pero sacaba a los otros dos de la problemática que estaban solucionando.

SOBRE LA SOLUCIÓN

El proceso de solución del problema realizado por los estudiantes se puede resumir de la siguiente manera. El grupo trabajó toda la hora y no terminó todos los puntos del problema. Se realizaron dos tipos de tareas. En la tarea que nos interesó, los estudiantes debían dibujar las funciones f(x) = (x-2)(x+3)(x-1) y f(x) = $\sqrt{(3-x)}$ y sus transformaciones correspondientes y analizar para las diferentes transformaciones los cortes con el eje X y el eje Y. La metodología que utilizaron los estudiantes fue primero hacer un análisis gráfico y luego, cuando se les pedía explícitamente que generaran argumentos simbólicos para sustentar lo que observaron gráficamente, trabajaron en la parte simbólica. Se dio una larga discusión sobre lo que significaba generar argumentos simbólicos. En la realización de esta tarea pudimos observar una perturbación del sistema didáctico en el momento en que los estudiantes trabajaban con 2f(x) y se cuestionaban sobre lo que le ocurre a la ordenada del punto de corte con Y con respecto a f(x). Más adelante describiremos con detalle este momento.

Informática Educativa, **11** (2), 1998

DESCRIPCIÓN DE LOS CUATRO SEGMENTOS SELECCIONADOS

A continuación presentaremos detalladamente lo que sucedió en los cuatro segmentos que seleccionamos. El problema que se encuentran trabajando los estudiantes es el de analizar lo que le sucede a las dos funciones iniciales cuando se multiplican por dos. En el primer segmento y en el tercero los estudiantes trabajan con la función cúbica mientras que en el segundo y en el cuarto trabajan con la función radical.

PRIMER SEGMENTO

El trabajo que hicieron en un primer momento consistió en dibujar 2f(x) donde f(x) era la función cúbica f(x) = (x-2)(x+3)(x-1). Se observa que los estudiantes se cuestionan sobre el valor que debe tomar la ordenada del punto de corte en Y de 2f(x) y su relación con la ordenada del punto de corte en Y de f(x). Generan la conjetura que postula que el valor de la segunda debe multiplicarse por dos para obtener el primero. Validan esta conjetura utilizando la tecla **eval** de la calculadora gráfica para la funión dibujada 2f(x). Los pasos que siguieron fueron los siguientes:

E_1 dibuja la gráfica de f(x) en la calculadora y observa en la calculadora los cortes con los ejes.
E_2 observa lo que hace **E_1** en la calculadora.
E_1 dice que el corte de 2f(x) debe ser en 12 ya que es el resultado de multiplicar 6 que es el corte de f(x) en Y por 2. A **E_2** le parece que es correcto.
E_1 utiliza la tecla eval para evaluar el corte de 2f(x) con Y en la calculadora y confirma la conjetura.
E_2 observa la calculadora de **E_1** y dibuja en el papel la gráfica de 2f(x) haciendo alusión a los cortes.

SEGUNDO SEGMENTO

En un segundo momento el trabajo consistió en dibujar 2f(x) donde f(x) era la función radical f(x) = $\sqrt{(3-x)}$. Es en este segmento en donde vemos claramente que se genera una perturbación del sistema didáctico. Al intentar retomar la hipótesis del segmento anterior, los estudiantes se encuentran, por un error de lectura, con que aquí no ocurre lo mismo. El valor de la ordenada del punto de corte con Y de f(x) multiplicado por dos no da el valor de la ordenada del punto de corte con Y de la función 2f(x). La lectura que realizan del valor de la ordenada del punto de corte con Y para f(x), que es 1.73, es aproximado por un estudiante a 2. Es decir, esperaban que el valor de la ordenada del punto de corte de 2f(x) con Y fuera 4 según la hipótesis anterior. Pero al leer la información en la gráfica de 2f(x), dibujada en la pantalla, el valor que encuentran es 3.4 (aproximación de 3.46). Para salir de la perturbación uno de los estudiantes argumenta que esto debe ser por lo que se está trabajando con una raíz. El resumen de lo sucedido es el siguiente:

E_1 habla de los cortes en X y en Y.

E_2 dice que el corte de 2f(x) en Y debe ser 4. **E_1** está de acuerdo con **E_2**.

E_1 trabaja en la calculadora y observa la gráfica de 2f(x). Se da cuenta que el corte en Y de 2f(x) es 3.4.

E_1 cuestiona a **E_2** preguntándole que por qué debe cortar en 4.

E_2 responde "porque la primera nos cortó en 2".

E_1 argumenta que como se está haciendo una raíz entonces es diferente al caso anterior. Antes se tomaba el doble pero en este caso no.

TERCER SEGMENTO

En un tercer momento buscaron argumentos simbólicos para justificar la relación existente entre los cortes de f(x) y de 2f(x) donde f(x) era la función f(x) = (x-2)(x+3)(x-1). Dado que en la expresión simbólica f(x) = (x-2)(x+3)(x-1) no se destaca el corte en Y, **E_2** realiza mentalmente la multiplicación de -2 por 3 por -1 y le da 6 que, al multiplicarlo por dos, da 12. Esta es la manera como justifican simbólicamente el corte de 2f(x).

CUARTO SEGMENTO

El último momento de esta secuencia consistió en buscar argumentos simbólicos para justificar la relación existente entre los cortes de f(x) y de 2f(x) para f(x) = $\sqrt{(3-x)}$. Vuelven a retomar la idea que les molestaba, a saber que no funcionaba la primera hipótesis y no generan ningún tipo de argumento para mostrar la relación existente entre las ordenadas de los cortes en Y de las dos funciones.

E_1 expresa que el corte en Y de 2f(x) es cuatro.

E_2 le recuerda que el corte en Y no era cuatro.

E_1 dice recuerda que era 3.5 y que esto ocurría "porque la raíz disminuye".

E_2 esta de acuerdo con **E_1** .

RESULTADOS

En lo que sigue presentaremos los resultados que observamos con respecto al papel de la calculadora gráfica en la generación de la perturbación y en el logro de equilibrio del sistema.

En el primer segmento observamos que lo que primero hace un estudiante es *dibujar f(x) en la calculadora*. En seguida los estudiantes generan una conjetura con respecto a lo que le deberá suceder a la ordenada del punto de corte en Y de f(x) al multiplicar f(x) por 2. Un estudiante se cuestiona la validez de la conjetura y el otro estudiante afirma la conjetura y finalmente un estudiante utiliza *la calculadora para corroborar* lo que están intuyendo. Para esto utilizan la tecla **eval** en la calculadora.

En el segundo segmento un estudiante *dibuja la gráfica* de 2f(x) en la calculadora, *observa los cortes en X* y los pasa al papel. Otro estudiante cuestiona sobre la ordenada en Y y lanza la conjetura que debe ser 4 (apoyada en la gráfica que realizó en la parte del problema donde trabajaron con el valor absoluto y que obtuvo de la calculadora). El estudiante está utilizando la información que obtuvieron en el segmento 1 sobre lo que le sucede a la ordenada al multiplicar por dos la función. La nueva conjetura es que esto sirve igualmente en la nueva función. El otro estudiante *observa la gráfica* de 2f(x) en la calculadora para ver si eso es cierto pero la ordenada tiene como valor 3.4. En el tercer segmento y en el cuarto segmento no hay utilización de la calculadora.

Podemos resumir lo observado en los siguientes puntos: la calculadora gráfica es utilizada para dibujar las funciones y para tomar la información necesaria para realizar las gráficas en el papel o para corroborar conjeturas. Los estudiantes pueden leer deficientemente la información de la calculadora. La lectura deficiente que realizan los estudiantes de la información de la calculadora gráfica ayuda a generar una perturbación que no logra un equilibrio exitoso. El rol dado a la calculadora hace que los estudiantes busquen un argumento operativo para salir de la perturbación y no corroboran la conjetura para la nueva función.

CONCLUSIONES

A modo de conclusión, queremos dar respuesta a las preguntas que nos hicimos en un principio.

¿Cuál es el uso que los estudiantes dan a la calculadora?
Utilizan la calculadora para dibujar la función. Los estudiantes no recurren a las posibilidades técnicas de la máquina.

¿Cómo leen los estudiantes la información que les da la calculadora?
El estudiante viene acostumbrado a leer la información que proporcionan las gráficas realizadas en papel. Este hecho puede inducir al estudiante a realizar una lectura similar en la calculadora y generar una mala interpretación de la información.

¿Cuál es el papel que juega la calculadora?
El estudiante confía en la información que le da la calculadora. No la cuestiona. La calculadora es una autoridad.

¿Cómo se manejan los sistemas de representación de los objetos matemáticos involucrados en el problema?

La presencia de la calculadora gráfica favorece la utilización del sistema de representación gráfico. No se manejó el sistema de representación simbólico para generar argumentos. Existe el peligro de que se deje a un lado la representación simbólica.

La utilización de las calculadoras gráficas pueden tener efectos positivos en el rendimiento global de los estudiantes. Sin embargo, es evidente que análisis finos de la actuación de los estudiantes en la resolución de tareas que involucran la tecnología revelan que existen muchas oportunidades y estrategias diferentes en las que los estudiantes pueden utilizar la tecnología para construir su conocimiento matemático. El conocimiento que los estudiantes tengan de las potencialidades de la calculadora y la actitud que ellos tengan hacia ella (e.g., autoridad) puede influir de manera importantes en la *forma* con la que ellos construyen su conocimientos y en el *tipo* de Conocimiento que pueden llegar a construir.

REFERENCIAS

1 DUNHAM, P., DICK, T. (1994). Research on graphing calculators. *The Mathematics Teacher*. 87 (6), pp. 440-445.

2 RUTHVEN, K. (1996). Calculators in the mathematics curriculum: the scope of personal computational technology. En BISHOP, A.J., CLEMENTS, K., KEITEL, C., KILPATRICK, J., LABORDE, C. (Eds.). *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, pp. 435-468.

3 PENGLASE, M., ARNOLD, S. (1996). The Graphics Calculator in Mathematics Education: A Critical Review of Recent Research. *Mathematics Education Research Journal*. 8 (1), pp. 58-90.

4 VOIGT, J. (1989). The social constitution of the Mathematics province — A microethnographical study in classroom interaction. *The Quaterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition*. 11(1 & 2), pp. 27-34.

5 BALACHEFF, N. (1996). Conception, propriété du système sujet / milieu. *Documento no publicado.* Grenoble: Laboratoire Leibniz.

6 MORENO, L. (1997). La educación matemática hoy. *Revista EMA*. 2 (2), pp. 101-114.

7 KAPUT, J.J. (1992). Technology and Mathematics Education. En GROUWS, D.A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, pp. 515-556.

8 SCHWARZ, B., DREYFUS, T. (1995). New actions upon old objects: A new ontological perspective on functions. *Educational Studies in Mathematics*. 29 (3), pp. 259-291.