Informática Educativa Vol: 5. No 2. 1992
Proyecto SIIE. Colombia pp. 115-127

ESPEJOS INTELECTUALES: UN MEDIO PARA LOGRAR QUE EN LAS ESCUELAS SE GENERE CONOCIMIENTO

Judah L. Schwaríz

RESUMEN

Este documento hace referencia a una clase particular de materiales educativos computarizados que pernoten al estudiante desarrollar pensamiento conjetural de tipo inductivo. Mediante la interacción con micro mundos poderosos' y herramientas de trabajo con las que se puede actuar sobre ellos. Este tipo de ambientes actúa a modo de espejo intelectual. En el que el aprendiz puede ver reflejados sus modelos mentales. El autor ilustra sus ideas con un ejemplo en el área de geometría plana. Usando como referencia los programas que conforman el *Especulador Geométrico.* A partir de esto, brinda sugerencias sobre las cualidades esperadas en los "espejos intelectuales" y sobre su uso en muchas
Otras áreas del saber.

CREATIVIDAD MATEMATICA EN LAS ESCUELAS

En educación primaria y secundaria enseñamos, la mayoría de las veces, una matemática que está hecha por otra gente. Si enseñáramos lenguaje de esta manera, les pediríamos a los estudiantes aprender una obra de O'Neill, un ensayo hecho por Emerson o una historia corta de Hemingway, pero nunca le pediríamos escribir su propia prosa.

Estoy convencido de que los estudiantes tienen derecho a enfrentar el reto de la creatividad en todos los campos de estudio. Más aún, creo que las escuelas tienen la obligación de retar a los estudiantes a la creación en cada uno de los dominios en que se propicie el aprendizaje. En algunas áreas tales como composición en inglés, o en arte, los estudiantes y sus padres, la sociedad en general, han llegado a convencerse de que la escuela tiene la obligación de desarrollar la creatividad. En matemáticas es raro que éste sea el caso.

Dada la dificultad que tienen los profesores para enseñar matemáticas, y los alumnos para aprenderlas, uno puede pensar que ésta es una meta quijotesca, que tiene poca probabilidad de ser alcanzada. Sin embargo, antes de rechazarla, vale la pena explorar por un momento o dos la esencia de la creatividad en matemáticas y discernir si puede ser razonable tratar de alcanzarla Creo que la esencia de la creatividad,. ¿ Qué es ,un objeto matemático? Es un constructo formalmente definido, tal como un número, una forma, un vector, una matriz, una función, etc. En general, para cada objeto matemático habrá una o más operaciones que se pueden llevar a cabo sobre él mismo y que pueden transformarlo de alguna manera. Así, por ejemplo, la operación de transformación recíproca convierte el número 2 en 0.5 y la
Operación de modificar el tamaño transforma un rectángulo en un paralelogramo y un cuadrado en un rombo, Supongan que garantizamos que la se han convertido en parte esencial de la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar? Pienso que se debe a que esta ciase de actividad conjetural es difícil de llevar a cabo sin las herramientas adecuadas y

porque éstas han comenzado a aparecer no hace mucho. Si la gente carece de herramientas que hagan manejable hacer y explorar conjeturas, simplemente no van a estar interesados en hacerlas. Una de tales herramientas *es* un imbien te computarizado, llamado el *Especulador Geométrico,* con el cual estudiantes y profesores tien un micro mundo y una ocasión para hacer conjeturas y desarrollar su creatividad en la clase de matemática. A partir de una descripción del Especulador, voy a atar de abstraer las propiedades de éste y de otros matinales educativos computarizados que pertenecen al género que yo llamaría ESPEJOS INTELECTUALES, Finalmente, vaya considerar las enseñanzas que hemos Obtenido con el diseño de estos ambientes, de modo que otras disciplinas puedan promover la invención y la creatividad en forma semejante.

VISION GENERAL DEL *ESPECULADOR GEOMETRICO*

El *Especulador Geométrico* es el nombre colectivo a una serie de programas elaborados en el Centro de Desarrollo de la Educación1, Tal vez la mejor forma de presentarlo es explicar algo sobre los enigmas que encuentran los profesores de matemáticas cuando enseñan geometría.

EJEMPLO DE UNA ESCAPADA GEOMETRÍA

Para dar al lector un mejor sentido de lo que sucede en clase cuando el profesor y los estudiantes están empeñados en hacer geometría, presenta acá un caso miniatura de reto e invención adaptado de un intercambio que t va lugar a lo largo de varios días.2 Los estudiantes tenían lo que sus sistemas e lares l1aman "habilidad promedio·, pero contaban con un profesor comprometí o con motivar y retar a sus estudiantes a creación e invención.3 Nuestra historia comienza cuando el profesor hace la siguen e pregunta.

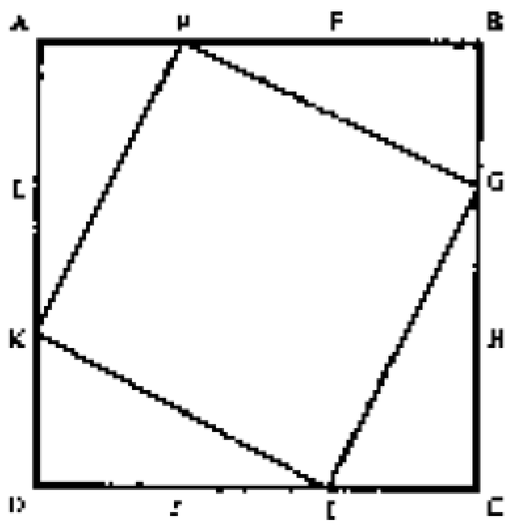

Figura 1.

2 Este ejemplo es tomado de Michael Yerushalmy. "induction and realization: An Experiment in Teac rung and Learning High School Geometry", Dissert.ation, Harvard University Graduate School of Education. 1986. I

3 Con el propósito de que el lector entienda el ejemplo, debe saber lo siguiente acerca del *Especulador geométrico*. Módulo de *Cuadriláteros*. Con el que se desarrolló. El menú principal tiene las siguientes opciones: DIBUJAR. PONER NOMBRE. BORRAR. MEDIR. ESCALAR. REPETIR, NUEVA FORMA. El submenú DIBUJAR permite al usuario pintar segmentos de línea. Círculos. Líneas .paralelas o perpendiculares y bisector ángulos. PONER NOMBRE permite denominar la intersección de l' esa. Subdividir segmentos de líneas. Reflejar puntos y líneas en líneas. Así como colocar pul al azar dentro.
Fuera o sobre figuras. El submenú de BORRAR permite eliminar nombres. R esa o datos. El Submenú MEDIR permite medir ángulos. Longitudes y áreas. ESCALAR pe 'te cambiar el Tamaño de la construcción sobre la pantalla REPETIR permite hacer esto con instrucciones y medidas. NUEVA FORMA permite colocar un nuevo cuadrilátero en pantalla El cuadrilátero puede ser generado al azar. Pero también el usuario tiene la posibilidad d con r los suyos.
La primera cosa que hay que anotar es la forma como el profesor formuló el problema. Normalmente, en una clase de geometría, un problema se formula de esta manera: *Dado* ... *pruebe que* .... Por el contrario, en este caso, los estudiantes deben discernir las propiedades que, según ellos, son interesantes y verdaderas en el cuadrilátero EGIK. Como resultado, ganan experiencia en la parte más olvidada del curricular, el arte de formular problemas.
No logro enfatizar sufoca enemente la importancia de la formulación de problemas. Creo que la independencia intelectual y la iniciativa resultan muy a menudo de una dieta a base de consular y resolver problemas. Más que a base de otras dietas mucho más restringidas, pero más comunes, centradas en solución de problemas. Además, dado que muchas cosas son verdad acerca de EGIK, algunas más interesantes que otras, se comienzan a tomar en consideración elementos de gusto y criterio, en un dominio que mucha gente estima de poco alcance, árido y completamente conocido.
La mayoría de los estudiantes sospecha que el cuadrilátero EGIK es un cuadrado. Fundamentan su idea en que al medir los ángulos KEG, EGI, GIK e lek, cada uno resulta tener 90 grados. Pero ¿cómo sabe uno que no hay error de medición? ¿Sucedería lo mismo con otro cuadrado ABCD diferente? Usando la opción de REPETIR pueden generar un nuevo cuadrado y verificar su hipótesis. Con esto aumenta su convicción. Pero los estudiantes saben que una cosa es estar fuertemente convencido y otra es probar. Después de todo, hay un infinito número de posibles cuadrados, y aún si uno asume que no hay error de medición, no puede medir todos los cuadrados posibles. Los estudiantes sienten que se necesita una prueba final y, usando papel y lápiz, producen una sin mucha dificultad.
Los estudiantes toman ahora otra línea de indagación. Alguien sugiere que puesto que ABCD y EGIK son cuadrado; puede ser interesante conocen la relación entre sus áreas. Se hace una medición, dando una razón de 1.8. Usando la opción REPETIR, examinan más c).l(adrados y hallan que esta razón.se aplica en todos los casos.

Muchos de los estudiantes están satisfechos y quieren pasar a algo más, pero dos de ellos persisten en explorar la pregunta de la relación entre las áreas. ¿Por qué 1.8? Un aprendiz dice que 1.8 es un número horrible! Siguen muchas rascadas de cabeza, pero de pronto alguien exclama: *No es* 1.8! *Se trata de 9/5.* Acaso 1.8 y 9/5 no son lo mismo? pregunta alguien. *Sí pero mire* ... y rápidamente quien tuvo "el bombillas" construye los segmentos EJ, PI, GL Y HK (véase la figura 2).

Cosas de matemáticas hasta ahora inexploradas. Ellos formulan y resuelven muchos problemas. Llegan a entender la importancia de una prueba formal como manera de establecer la verdad matemática, o la falsedad, cuando tienen que ver con clases infinitas de entidades, por ejemplo, todos los cuadriláteros. Desarrollan una apreciación del hecho que las matemáticas son una disciplina viva y viviente que continúa creciendo y evoluciona

Como consecuencia directa de darse cuenta de que las matemáticas no son un deporte para espectadores, deben modificarse los papeles del profesor y de los estudiantes en clase. No es posible que los profesores sigan sirviendo como autoridades ex cátedra, tampoco se queda sin cuestionar la autoridad del texto. Profesores y estudiantes deben y aprenden a escuchar con cuidado y evaluar las cualidades de los argumentos de unos y otros.

Por otra parte, los profesores que trabajan con sus estudiantes de una manera que les permite a éstos explorar su propio entendimiento, a menudo llegan a pensar que ellos mismos son personas que continúan aprendiendo acerca de lo que enseñan. Desde mi punto de vista, esto es necesario, si bien insuficiente, para ser un buen profesor.

Esta historia acerca del *Especulador Geométrico,* y de otros como él.. Ha sucedido en un número creciente de salones de clase durante los últimos años. Es una fuente de considerable placer para mí, como uno de los diseñadores del programa, saber que parece no haber consenso acerca de la audiencia de estudiantes con la que el material calza mejor. Muchos profesores que lo han usado reportan que ellos creen que es muy apropiado para estudiantes que previamente han mostrado inclinaciones a hacer matemáticas y que están

Interesados en ellas. En contraste, muchos profesores, en lugares donde los programas de matemáticas eran hasta entonces lamentables, reportan que con el uso del *Especulador Geométrico* ha cambiado de manera sustancial la actitud de sus estudiantes hacia las matemáticas, así como su desempeño en ellas.4 Antes de dejar la discusión acerca del *Especulador Geométrico,* vale la pena revisar aquellas cualidades del programa que podrían servir como base para definir un género de material educativo computarizado que puede ser de interés más allá de la geometría y de las matemáticas.

• Primero, el *Especulador* no tiene una agenda instrucciones explícitas; no hace preguntas al usuario y no hace inferencias acerca de sus intenciones. Opciones que uno puede activar-están muy ligadas a la geometría plana; sin embargo, son más elaboradas que las simples construcciones con regla y compás de la geometría Euclidiana; incluyen constructos tales como línea paralela, perpendicular, ángulo bisector, etc. Estas primitivas son Suficiente ente simples como para entenderlas en términos de construcciones de rectas' y compás, y tan complejas como para que su concatenación pueda llevar a nuevas nociones matemáticas no triviales . Tercero, la facilidad que tiene el *Especulador Geométrico* para permitir al

Usuario capturar sus propios procedimientos y explorar, a través de observación directa así como de la medición, el efecto de. Estos procedimientos sobre otros miembros de la misma clase, confronta directamente al estudiante con la pregunta "esta construcción es un caso

Particular de qué?". De esta forma, el *Especulador Geométrico* es una herramienta para explorar hacia la generalidad del problema. El programa no necesariamente induce a los usuarios a grados más altos de generalización, pero ayuda a proveer la ocasión y el ambiente, al ser usado por un profesor que motive y rete a los estudiantes con situaciones

Interesantes.

PROGRAMAS, PENSAMIENTO INDUCTIVO Y "ESPEJOS INTELECTUALES"

La idea central de este artículo es que programas como el *Especulador Geométrico* son un caso especial de un género de ambientes educativos computarizados en los que los usuarios, sean estudiantes o profesores, pueden explorar un dominio intelectual. En este caso el dominio en cuestión es la geometría Euclidiana plana. Debido a que el ambiente computarizado reduce la dificultad asociada con la exploración, quienes tienen acceso a tal ambiente pueden, con la estimulación apropiada, usar tal micro mundo para explorar el
Dominio. Digo "estimulación apropiada" porque estoy convencido de que formular y resolver problemas es, en gran medida, actividades sociales, Necesitamos estimulación de nuestros compañeros, estudiantes y profesores. Las matemáticas son un dominio particularmente apropiado para la creación de tal ambiente exploratorio. Esto se debe a que, al igual que otros dominios formalmente definidos, las matemáticas permiten la articulación Rigurosa de un con junto de condiciones. En cualquier ambiente exploratorio en el que esto sea posible, se pueden hacer conjeturas apropiadas acerca del dominio. Tales micros mundos pueden desplegar rápidamente los resultados de someter a prueba la conjetura. Usando tales ambientes como "espejos intelectuales'", los usuarios pueden probar su propio entendimiento de un dominio, así como hallar . Nuevas relaciones entre los objetos del mismo. Inductivamente y explorar las nociones inductivas que uno tenga. Similarmente,
El micro mundo y sus herramientas invitan a los usuarios a generalizar su pensamiento y a examinar el rango de validez de aquellas generalizaciones. Los actos mentales de pensar inductivamente y de generalizar son el corazón de lo que nos gustaría que aprendieran nuestros estudiantes de matemáticas. Apuesto a que ambientes educativos computarizados debidamente diseñados nos pueden ayudar mucho a alcanzar dicha meta.
¿Qué propiedades tienen tales ambientes exploratorios? Dudo que pueda dar una lista exhaustiva; sin embargo, haré el intento de ofrecer un esbozo amplio de las propiedades que yo creo que son esenciales.

CONOCIMIENTOS BASICOS EN LOS "ESPEJOS INTELECTUALES"

Desde mi perspectiva, esta clase de programas debería saber qué se necesita conocer acerca del dominio, esto es, debería entender las manipulaciones formales de los objetos que está diseñado que manipule. No debería pretender conocer acerca de los usuarios, esto es, no debería hacer inferencias acerca de sus intenciones. Si el usuario pide al programa efectuar un movimiento que formalmente es posible, debería hacerlo, reflejando como un espejo las acciones del usuario con sus ataduras, sin tratar de interferir, sea que lo pedido acerque o
Aleje al usuario de una meta cuya naturaleza el programa desconoce. Tales decisiones deben ser siempre tomadas por los usuarios, posiblemente con la ayuda de herramientas, tales como los dispositivos de medición disponibles en el caso ilustrado, que permiten al explorador examinar más de cerca, en detalle, las propiedades de las consecuencias de sus acciones.

OPERACIONES PRIMITIVAS EN UN "ESPEJO INTELECTUAL"

En mi opinión las operaciones primitivas en un "espejo intelectual" deben ser consustanciales al dominio del que se trate. Lograr esto requiere de los diseñadores del programa tomar seriamente la materia y basar sus definiciones en un análisis profundo del tema. Debe resistirse toda tentación de incorporar opciones extrañas. No hay disculpa para que un ambiente de éstos no permita una exploración imaginable. En pocas palabras, un "espejo intelectual" es, y debería ser, algo un poco menos que un lenguaje de programación con interfaces sencillas. Los sistemas que no poseen esta propiedad hacen difícil, a menudo, Entender las relaciones entre las acciones y las consecuencias observadas.

LA FALACIA DE LA PARSIMONIA LOGICA

Los matemáticos y los educadores de matemáticas ven gran belleza en la parsimonia lógica de su disciplina. Los académicos de otras áreas están, probablemente, igualmente encantados con la estética y elegancia de sus disciplinas. En mi opinión, es importante suprimir la presión por hacer que las operaciones primitivas de un "espejo intelectual" sean las primitivas formales de la disciplina. Por el contrario, es deseable que sean constructos intermedios que se elaboran de las primitivas formales de la materia en estudio. Deberían ser suficientemente elementales como para que pueda ser posible concatenarlas con riqueza y los nuevos objetos construidos estén aún al alcance intelectual del usuario. El diseño de tales operaciones primitivas en un "espejo intelectual" es, en gran medida, un problema de pedagogía artística.

CAPTURA DE LA PARTICULARIDAD, INFERENCIA DE LA GENERALIDAD

Las matemáticas, y casi cualquier asunto formalmente definible, pueden ser descritas como una secuencia de estructuras, cada cual inmersa en una estructura de generalidad creciente. Un ambiente de "espejo intelectual" debería tener la propiedad de que la exploración de cualquier estructura particular pueda llevarse a cabo de manera que el nivel más grande de generalidad incluya el primer nivel como un caso especial.

Volviendo atrás, ¿en qué sentido se puede decir que el *Especulador Geométrico* puede considerarse un "espejo intelectual"? • Primero que todo, no tiene incorporada una agenda pedagógica; no hace preguntas y, por lo tanto, no está en posición de hacer inferencias acerca de las respuestas.

• Segundo, sus operaciones primitivas no son los constructos más parsimoniosos que se pueden concatenar para formular la disciplina con la que tiene que ver, sino que son un conjunto rico de primitivas. Estas están razonablemente cerca de las operaciones elementales de un sistema formal de geometría plana; tanto es esto, que se pueden entender unas en términos de las otras. Al mismo tiempo, son suficientemente ricas en estructura, que su concatenación puede llevar a discernimientos interesantes y no triviales sobre la materia. Finalmente, el *Especulador Geométrico*, por su habilidad para capturar una
Construcción particular hecha por el usuario en un caso específico y repetirla un número ilimitado de veces para otros casos que pertenecen a la misma clase, proporciona un

ambiente especial y poderoso que permite a los estudiantes entender cómo la particularidad de sus "ESPEJOS INTELECTUALES" DENTRO Y FUERA DE LA EDUCACION Tiene sentido hacer ahora unos comentarios finales acerca de los "espejos intelectuales". El primero es que uno debe distinguir entre herramientas computarizadas para aprender cómo se hace una tarea y las que sirven para hacer la tarea. Por ejemplo, en las dos últimas décadas los computadores han sido tanto la paleta como el lienzo para el diseño en ingeniería Un buen sistema para diseño asistido por computador (en Inglés, *Competer Aidid Designó,* CAD) se espera que tenga, entre sus capacidades, muchas de las cualidades de programas como el *Especulador Geométrico.* A pesar de esto, difícilmente se halla uno de tales sistemas CAD que sea apropiado para enseñar, aprender, y hacer geometría
Plana Euclidiana. La utilidad de un sistema CAD depende de la profundidad y amplitud de sus opciones, que son generalmente mucho más extensivas que aquellas cosas geométricas que programas como el *Especulador Geométrico* tratan de apoyar. Bajo tales circunstancias hay un riesgo real de que, con un sistema CAD, los aprendices pierdan de vista los aspectos geométricos fundamentales, en su lucha con aprender acerca del sistema. Al planear ambientes que sirvan de "espejo intelectual" para nociones matemáticas,
Tenemos que concentrarnos en la tarea de diseñar herramientas para introducir gente a un dominio de conocimientos, antes que para permitir a los conocedores del dominio aplicar las herramientas con otros fines. El segundo comentario está ligado con el primero y es una extensión de mi comentario anterior respecto a lo que debería tener un "espejo intelectual". El punto es que la educación de la gente es nuestra meta última. Buscamos educarla tanto en saber algo de matemáticas como en *hacer* matemáticas. La responsabilidad de lograr esto recae en la gente. Si uno está de acuerdo con esta premisa, entonces la idea general de que para educar en matemáticas hay que volver la cara hacia programas "inteligentes", que tratan de inferir las intenciones del usuario, o hacia programas que por sí mismos "saben" o "hacen" matemáticas, está muy desenfocada. Un usuario de tales sistemas tiene el problema de no sólo entender el dominio con el que está bregando, sino también de entender lo que motiva las respuestas heurísticas del computador; por otro lado, si el computador responde algorítmica y predeciblemente a los comandos de: usuario, entonces la imagen en el "espejo intelectual" es un reflejo fidedigno.

¿QUE NOS DEPARA EL FUTURO?

Esta ha sido una visión personal e idiosincrática de un papel importante para el computador en la educación matemática. Creo que los argumentos presentados acá se pueden extender para incluir cualquier tema que se base en definiciones formales y en razonamiento formal. Un número creciente de estudiantes y profesores5 han tenido la experiencia de aprender y enseñar con los programas del *Especulador Geométrico,* dentro de ambientes reales. Por otro lado, la conjetura acerca de la extensión de estas ideas a otros a ‘untos formales es sólo Mía y a nivel de especulación. La validez de la conjetura tiene que establecerse. No me malinterpreten, déjenme ser claro en que yo apoyo con entusiasmo los intentos para crear "espejos intelectuales" en la variedad más amplia posible de dominios.
Supongamos que, movidos por el éxito de estos esfuerzos en matemáticas, tenemos éxito en desarrollar ambientes en otros dominios que permitan a la gente explorar su propio entendimiento. Supongamos, también, que queremos aumentar nuestras nociones acerca de la materia en estudio de tal manera que la construcción de nuevo conocimiento es un

Vol: 5. No 2. 1992
pp. 115-127

proceso sin límite, en el que están ,involucrados estudiantes y profesores. Finalmente, supongamos que queremos ," repensar lo que creemos que entendemos acerca del papel de los estudiantes y de los profesores. Si logramos todo esto, estaremos en el umbral de una nueva era en la educación.