

## **PREMIO COLOMBIANO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA 1994**

**Categoría: Investigación y desarrollo**

**Trabajo ganador**

### **DIDACTIGRAMAS MATEMATICOS**

**Pedro GOMEZ**  
**Cristina GOMEZ**

---

#### **MARCO CONCEPTUAL**

##### **ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

La informática educativa tiene sentido en tanto que aporta de manera significativa a la mejora de la calidad del aprendizaje. Para poder valorar el aporte de los programas de computador para la enseñanza de las matemáticas es necesario asumir una posición con respecto al aprendizaje de este tema y justificar la relación de la informática educativa con aquellos procesos de enseñanza que pueden influir de manera significativa en el aprendizaje.

##### **EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS**

Apoyamos la posición que mira el aprendizaje de las matemáticas como la construcción de redes de representación internas en la mente del estudiante. Estas redes se encuentran conectadas y estructuradas de diversas maneras. Por una parte, cada idea o proceso matemático puede estar representado de diversas formas: puede tener diversas representaciones internas. Llamamos concepción al conjunto de representaciones internas de una misma idea o proceso matemático. Las concepciones contienen información factual, información conceptual e información procedimental. Las concepciones de diferentes ideas y procesos matemáticos pueden estar conectadas entre sí. Estas conexiones pueden ser jerárquicas o en forma de tela de araña. De qué calidad sea el conocimiento del estudiante (o con cuánta comprensión sea el aprendizaje) depende de la cantidad, la calidad y la intensidad de estas conexiones entre las concepciones, por un lado, y entre las representaciones internas que conforman una concepción, por el otro. [<sup>1</sup>, <sup>2</sup>].

Por otra parte, el aprendizaje de las matemáticas se puede mirar también desde el punto de vista de la dualidad operacional - estructural. Cada idea matemática puede estar representada en la mente del estudiante en un espectro entre una concepción puramente operacional (procedimientos detallados) o una concepción estructural (el concepto se ha materializado y es posible ejecutar procedimientos sobre él) [3].

El aprendizaje de las matemáticas es un proceso complejo, puesto que “[\_] todos los aspectos de una idea compleja no se pueden representar adecuadamente en un solo sistema de notación [representación] y, por consiguiente, requieren de múltiples sistemas para su exposición total” [4, p. 530] y se debe ser más o menos experto en las traducciones entre los diversos sistemas.

## **EL PAPEL DE LA INFORMÁTICA EDUCATIVA**

El aporte de la informática educativa en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debería enfrentar y aportar a la solución de los problemas expuestos anteriormente. Puesto que las concepciones del estudiante sólo se pueden crear y observar a partir de sus acciones en algún medio físico en el que las ideas matemáticas se expresan en diferentes sistemas de representación externos (e.g., la representación simbólica, gráfica, verbal, etcétera), resulta trascendental que el proceso de enseñanza y aprendizaje tenga lugar dentro de contextos (medios y situaciones didácticas) en las que cada idea matemática pueda estudiarse teniendo en cuenta la totalidad de su expresión en las diferentes representación.

Es en este sentido en el que la informática educativa puede aportar al aprendizaje, puesto que “[\_] los medios electrónicos nos permiten no solamente crear nuevas notaciones para los objetos y las acciones matemáticas, sino también crearlas dinámicamente y conectarlas de tal forma que las consecuencias de acciones en uno son observables en otros y sobre ponerlas para ayudar a la abstracción y a la imposición de estructura [4, p. 538] En la medida en que diferentes representaciones de ideas y acciones son importantes y que sus conexiones se deben internalizar, las representaciones conectadas informáticamente se convertirán en un aspecto cada vez más importante del uso del computador en matemáticas [4, p. 532].

Los programas de computador pueden aportar al trabajo con los sistemas de representación en varios aspectos de las actividades matemáticas. Estas actividades se pueden categorizar de la siguiente forma:

- Transformaciones sintácticas dentro de un sistema de representación
- Traducciones entre sistemas de representación
- Construcción y pruebas de modelos (representación en un sistema ideas o problemas expresados originalmente de manera no matemática)
- Consolidación de relaciones y procesos en objetos conceptuales

Los programas desarrollados por nosotros pretenden dar espacio a estas actividades.

## **DEFINICION DEL PROBLEMA Y DESCRIPCION DEL PROYECTO**

### **CICLO DE CIENCIAS SOCIALES**

En las dos últimas décadas ha habido un cambio significativo en la comprensión de lo que son las matemáticas y de lo que debe ser la instrucción matemática.

Matemáticas....búsqueda de patrones.

Las matemáticas revelan patrones escondidos que ayudan a entender el mundo que nos rodea. Más allá de la aritmética y la geometría, las matemáticas hoy son una disciplina diversa que trata con datos, medidas y observaciones científicas; con inferencia, deducción y prueba; y con modelos matemáticos de fenómenos naturales, comportamientos humanos y sistemas sociales.

El ciclo de los datos a la deducción y la aplicación se repite en todas partes donde se usan las matemáticas, desde las tareas cotidianas hasta la planeación de un largo viaje en carro o el manejo de problemas mayores como la esquematización del tráfico de una aerolínea o la investigación en el manejo de portafolios. El proceso de “hacer” matemáticas va más allá de los simples cálculos o deducciones; involucra observación de patrones, prueba de conjeturas y estimación de resultados.

En términos prácticos, las matemáticas son una ciencia de patrones y orden. Su dominio no son las moléculas o las células, son números, alternativas, formas, algoritmos y cambio. Como una ciencia de objetos abstractos, las matemáticas se basan más en la lógica que en la observación para sus patrones de verdad, pero emplean la observación, la simulación y aún la experimentación como medios para descubrir la verdad (National Research Council,1989).

En este sentido nos interesa que los estudiantes tengan una concepción de las matemáticas más abierta y que encuentren una forma de aplicarla: la construcción de modelos o patrones).

Los cursos de matemáticas para estudiantes de ciencias sociales son, por lo general, cursos tradicionales en los que la repetición y memorización son los objetivos principales. Estos estudiantes han recibido durante todo su estudio una visión particular de lo que son las matemáticas y tienen una actitud no necesariamente positiva hacia esta disciplina.

En la Universidad de los Andes se ha diseñado e implantado un currículo para el ciclo de matemáticas para ciencias sociales en que el objetivo principal es formar estudiantes capaces de utilizar las matemáticas como herramienta para el análisis de problemas de su carrera.

### **MATEBASICA**

El primer curso de este ciclo es Matebásica cuyo objetivo es aportar a mejorar la capacidad de argumentación del estudiante ofreciéndole un espacio para discusión y reflexión de temas científicos, históricos, filosóficos y sociales relacionados con las matemáticas. A través de la interacción del estudiante con sus compañeros, con el profesor, con las fuentes de información y con él mismo, puede construir su propio conocimiento y ser capaz de comunicarlo.

Este curso está dividido en cuatro grandes temas: Ciencia, Números, Sistemas formales y Acertijos que permiten lograr los objetivos propuestos. A través de los temas de Ciencia se discute sobre el objeto de la ciencia y sus métodos, presentado las matemáticas como una herramienta útil para el desarrollo científico. Tomando las matemáticas como ciencia, se estudia el desarrollo histórico del concepto de número y la noción de infinito en el tema llamados Números. Se trabaja el aspecto de resolución de problemas en el tema de Acertijos. Los Sistemas Formales se presentan como un ejemplo de simplificación y modelaje de situaciones conocidas que es fácilmente transferible a problemas sociales.

La metodología usada en el curso se basa en el trabajo diario del estudiante. Para cada clase se debe preparar un material -leer un texto, desarrollar un guía de lectura, preparar una exposición, resolver problemas- del cual el estudiante no tiene mayor conocimiento. Sobre las dudas, errores y obstáculos que se haya tenido en el desarrollo de este material se construye la clase. La evaluación tiene, entonces, muy en cuenta este trabajo diario del estudiante y su participación en la clase.

Alrededor del curso se ha generado también la necesidad de formar profesores que sean capaces de asumir este reto y lograr con éxito alcanzar los

objetivos. Los mismos profesores han participado en los cambios y diseño de materiales que enriquecen el curso. Entre estos materiales podemos contar los programas de computador que llamamos “Didactigramas”, que sirven de apoyo a los temas de Sistemas formales.

### **DIDACTIGRAMAS**

El didactigramas es una “herramienta metodológica complementaria”. Esto significa que los didactigramas tienen sentido únicamente dentro del entorno específico de un curso. Es por ello que los objetivos de un didactigrama para un tema particular se determinan a partir de las deficiencias que las herramientas metodológicas tradicionales presentan en el logro de los objetivos pedagógicos del tema.

Esto significa que lo que se busca con un didactigrama es que el estudiante viva una experiencia pedagógica adicional y que, al compartirla dentro de la discusión en clase, le ayude a lograr de manera más eficiente los objetivos del curso.

Por todo esto los didactigramas no pretenden ser autosuficientes. Ellos dependen, en todo momento, de las experiencias y los conocimientos que el estudiante ha adquirido previamente dentro del curso. En consecuencia, el didactigrama no pretende reemplazar al profesor y tampoco pretende ser “inteligente”. No obstante, es capaz, en general, de reconocer y resaltar los errores más típicos del estudiante.

### **SISTEMAS FORMALES**

El tema de Sistemas formales es el centro del curso. El objetivo de esta parte es desarrollar en el estudiante la capacidad de modelaje para resolver problemas complejos. En cada tema de esta sección se estudia una realidad que se quiere modelar, luego se presenta el lenguaje que se utiliza en el sistema formal y los axiomas y reglas que permiten generar teoremas. También se presenta la necesidad de determinar una interpretación adecuada a estos símbolos para que correspondan a la realidad que se intentaba modelar. Claramente este tema permite manejar el tema de la traducción entre representaciones (por ejemplo la realidad gráfica y los símbolos del sistema formal) y pretende partir de una concepción procedimental (producción automática de teoremas) a una estructural (análisis de la realidad).

El proceso de modelaje y ver las matemáticas como una búsqueda de patrones tiene aquí claramente un apoyo que puede verse así

incluir acá gráfica 1

### **PROBLEMA DE ESTUDIO**

Como se dijo antes, un didactigrama es un recurso para generar una situación didáctica para un tema y sus objetivos se logran a partir de deficiencias que se tienen con herramientas metodológicas tradicionales. Así que en nuestro caso hicimos una revisión de un tema particular (Sistemas formales) y a partir de los problemas que allí se encontraron surgió la necesidad de los didactigramas.

Nuestro principal problema era el de la traducción sintáctica dentro de un sistema de representación (el simbólico del sistema formal). La posible solución a este problema era dedicar mucho tiempo al desarrollo de habilidades más o menos rutinarias con una supervisión muy detallada de parte del profesor.

Definimos nuestro problema así: cómo lograr desarrollar situaciones didácticas que en el menor tiempo posible permitieran un manejo adecuado de los símbolos del lenguaje en cada uno de los sistemas formales, con control individual de los procesos.

### **HISTORIA**

Durante el segundo semestre de 1989, “una empresa docente” inició el proyecto Didactigramas matemáticos bajo el auspicio de la corporación Apple y con la colaboración del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Computación, así como del programa Hermes de la Universidad.

Durante el segundo semestre de 1989 se desarrollaron los primeros prototipos para algunos temas de la parte de Sistemas formales. Estos prototipos fueron evaluados a comienzos de 1990 y dieron lugar a una reflexión a partir de la cual se implementaron algunas pautas a seguir hacia el futuro.

En el segundo semestre de 1990 y primero de 1991 se produjeron las nuevas versiones de Acertijo de MU y Adivine la regla, se hizo el diseño de Lenguaje del cual se desarrolló el primer módulo, y se hizo una evaluación del programa de Fractales, tomando la decisión de no usarlo.

Durante este período tuvimos también estudiantes del departamento de Sistemas que realizaron como proyectos de tesis didactigramas. MUSR fue el resultado de estos trabajos.

Desde el primer semestre de 1990 hasta ahora se han venido utilizando en el curso los didactigramas de Estructura y concepción, Acertijo de MU, Adivine la regla y Lenguaje. MUSR no se ha podido utilizar por problemas de infraestructura de la Universidad.

## **DESCRIPCION DE LOS DIDACTIGRAMAS**

Hasta ahora se han desarrollado prototipos para el curso de Matebásica, ellos son: Concepción y estructura, El acertijo de MU, Adivine la regla, Sistemas formales y lenguaje, MUSR. En todos los casos, los didactigramas se han desarrollado como complemento al curso, para lograr algunos de los objetivos que sólo se lograban parcialmente. A continuación una breve descripción de cada uno.

### **CONCEPCION Y ESTRUCTURA DEL CURSO**

#### **Objetivos del tema**

Este no es un tema específico del curso. Sin embargo, se busca que el estudiante conozca el contenido, los objetivos y la metodología de cada uno de los temas del curso, con el propósito de que no se “pierda” dentro del mismo. Por otra parte, se desea que el estudiante pueda reconocer las relaciones que existen entre los diversos temas que se estudian en el mismo.

#### **Objetivos del didactigrama**

El didactigrama busca presentar una herramienta interactiva y eficiente para lograr los objetivos. Se pretende que el estudiante pueda “navegar” por los diferentes temas del curso a través de los tres “planos” pedagógicos principales: los objetivos, el contenido y la metodología.

#### **Características del didactigrama**

Este didactigrama se desarrolló en Hypercard. Dentro de un “mapa” que presenta todos los temas del curso, el estudiante o el profesor pueden navegar a través de los tres planos pedagógicos principales. Para cada uno de los temas, el estudiante puede identificar, dentro del mapa, los otros temas del curso que están relacionados con éste.

### **EL ACERTIJO DE MU**

#### **Descripción del tema**

El acertijo de MU es un juego lexicográfico basado en un sistema formal en que los teoremas son hileras compuestas por letras (M, I, U). A partir de un axioma predeterminado y de unas reglas de deducción fijas, el estudiante debe tratar de obtener un teorema particular.

#### **Objetivos del tema**

Se busca introducir al estudiante en los conceptos de axioma, teorema, deducción y demostración, dentro de un ambiente atractivo de trabajo en el que él reconoce los conceptos únicamente después de haberlos trabajado y descubierto dentro del juego.

### **Objetivos del didactigrama**

El objetivo de este didactigrama es que el alumno maneje adecuadamente las reglas de deducción del sistema formal (transformaciones sintácticas), teniendo siempre un control sobre los posibles errores que pueda cometer. Esto no es posible lograrlo en el salón de clase dado que requiere un contacto personal entre el profesor y el alumno. El computador permite lograr ese control en muy poco tiempo.

### **Características principales del didactigrama**

Este programa se desarrolló en Hypercard. Hay tres niveles distintos de juego, de acuerdo a la cantidad de reglas mínimas necesarias para demostrar el teorema, escogido aleatoriamente por el computador y propuesto al alumno. El programa conoce las reglas del juego y las aplica donde el alumno le indica.

## **ADIVINE LA REGLA**

### **Descripción del tema**

Es un juego entre dos personas, al estilo de Picas y Famas. Los elementos son los conceptos y las herramientas desarrolladas en el Acertijo de MU. Cada jugador tiene una regla de deducción desconocida por su contrincante. En turnos alternos cada jugador propone hileras y recibe la información correspondiente a la aplicación de la regla a la hilera propuesta. El objetivo del juego es lograr descubrir la regla del contrincante.

### **Objetivos del tema**

Este juego tiene una relación directa con el método científico. Un jugador puede intentar jugar intuitivamente o puede darse cuenta de que la mejor estrategia consiste en jugar racionalmente: observar, generar hipótesis, experimentar, falsificar o corroborar hipótesis, hasta descubrir la regla general. El propósito de este tema es introducir al estudiante al método científico de una manera práctica, en la que él descubre la necesidad de aproximarse racional y metódicamente a los problemas, para poderlos resolver eficientemente.

### **Objetivos del didactigrama**

El programa busca permitirle al estudiante que juegue el juego con alguien que sabe jugarlo y que se puede adaptar a las capacidades y conocimientos del estudiante;

personalizar el juego y guiar al estudiante en el reconocimiento de sus errores; e inducir al estudiante al descubrimiento del método científico. El estudiante debe ser capaz de hacer traducciones entre diferentes sistemas de representación y de poner a prueba el modelo que está generando para resolver su problema: adivinar la regla.

### **Características principales del didactigrama**

Este programa se desarrolló en Hypercard y Pascal. En el juego el computador tiene escondida una regla que el alumno debe adivinar en un número limitado de intentos. Hay varios niveles de juego de acuerdo a número de símbolos que use la regla.

## **SISTEMAS FORMALES Y LENGUAJE**

### **Descripción del tema**

En este capítulo se introduce al estudiante a una realidad no matemática con el propósito de que él la modele. La realidad a modelar es el lenguaje natural y se busca que el estudiante genere sistemas formales cuyos teoremas se puedan interpretar como frases válidamente construidas en el lenguaje natural.

### **Objetivos del tema**

Se busca construir un sistema formal que modele una realidad predeterminada; verificar que el sistema formal que se ha construido modela completa y eficientemente esa realidad.; extender un sistema formal e identificar la extensión de la realidad que éste modela; y extender la realidad y modificar el sistema formal para que ésta sea modelada.

### **Objetivos del didactigrama**

El propósito del didactigrama es que el estudiante maneje adecuadamente las reglas de deducción (transformaciones sintácticas) y que relaciones los distintos pasos de la deducción con la realidad (traducciones entre sistemas de representación) reforzando las relaciones por medio de la presentación gráfica.

### **Características del didactigrama**

Este programa se desarrolló en Hypercard y Pascal. El programa presenta las herramientas necesarias para que el estudiante genere el sistema formal que modela, desde el punto de vista de la gramática generativa, un conjunto de frases del lenguaje natural que han sido previamente propuestas. De la misma forma, a partir de un sistema formal propuesto, el programa induce al estudiante a identificar el subconjunto del lenguaje natural que éste modela. Este programa tiene un gran nivel de interacción y de reconocimiento de los errores del estudiante.

## MUSR

### Descripción del tema

El proceso de “simplificación” del problema complejo requiere de la construcción de un modelo del problema dentro del cual sea posible evaluar la bondad de diferentes soluciones al mismo. Se hace por lo tanto necesario desarrollar en el estudiante la capacidad de construir y utilizar modelos para la solución de problemas complejos.

El método que proponemos supone que se conocen varias alternativas de solución del problema y que se conocen también los criterios de selección que permiten identificar la *bondad* de los resultados posibles de implantar cada una de las alternativas de solución. El problema se centra en el hecho de que, al estar analizando un problema complejo, no es posible conocer a priori cuáles son las consecuencias de implantar cada una de las alternativas de solución. Es por ello que se hace necesario producir una *simplificación* del problema, dentro de la cual se pueda analizar cada una de las alternativas de solución. Esta simplificación del problema la llamamos un *modelo*.

El modelo contiene únicamente los elementos y las relaciones entre estos elementos que son relevantes, tanto al problema en cuestión, como a las alternativas de solución que se desean analizar. Una vez que se tiene el modelo, es posible deducir lógicamente las consecuencias de implantar cada una de las alternativas de solución. En este momento, se puede considerar que el problema se ha resuelto, puesto que basta analizar cada una de las consecuencias de acuerdo a los criterios de selección previamente identificados para determinar la mejor alternativa de solución.

Todo este proceso puede verse así

incluir acá gráfica 2

El proceso de análisis de un problema complejo a través de un modelo es similar al que se propone usualmente para la resolución de problemas: identificar los hechos, definir el problema, analizarlo, generar ideas, elaborarlas, escoger una solución y elaborarla.

Aunque el tema dentro del curso está precedido por otros en los cuales se construyen modelos y se introduce un lenguaje común, surgen problemas pedagógicos difíciles de solucionar en el salón de clase con las herramientas metodológicas tradicionales:

- la construcción de modelos tiene gran parte de subjetividad que se manifiesta explícitamente en este proceso, pero el profesor debe hacer un seguimiento individual, que en grupos grandes no es sencillo
- el proceso de deducción es independiente de la construcción del modelo, pero no es fácil distinguir esta independencia
- como esta metodología de análisis de problemas se puede aplicar en cualquier problema, puede ser difícil para el profesor seguir los argumentos de todos los estudiantes o por lo menos discutir las relaciones que se proponen.

### **Objetivos del didactigrama**

Dentro del curso se identificó la necesidad de restringir el campo de acción del estudiante para que éste centrara, en una primera instancia, su atención en los pasos básicos del proceso de modelaje. Por otra parte, se veía la necesidad de aportar al

estudiante un espacio gráfico dentro del cual construyera el modelo y pudiera producir las deducciones. Finalmente, se veía la necesidad de una herramienta que:

- diera retroalimentación personalizada
- tuviera la posibilidad de manejar una base de problemas a diferentes niveles
- restringiera el espacio de reflexión del estudiante.

El resultado fue un programa de computador, llamado MUSR (modelaje de una situación real), que pretende ofrecer al estudiante una herramienta para el modelaje de problemas complejos. A través de una interfaz sencilla, el programa permite construir un modelo gráfico de cualquier problema y, una vez que el estudiante ha identificado los elementos relevantes al problema y ha determinado las relaciones entre ellos, le permite hacer deducciones lógicas para llegar a una conclusión que le ayudará a escoger la solución más adecuada.

#### **Características del didactigrama**

El programa se desarrollo en Hypercard 2.0 y creemos que cumple las condiciones que necesitábamos para tratar de resolver nuestro problema pedagógico (da retroalimentación personalizada, tiene la posibilidad de manejar una base de problemas a diferentes niveles, restringe el espacio de reflexión del estudiante).

## DESCRIPCION TECNICA DE LOS PROGRAMAS

En cada didactigrama hay: botones de navegación, de control o del didactigrama, una zona de juego y un espacio para mensajes:

incluir acá gráfica 3

Al pasar el cursor sobre cualquier botón, en el área de mensajes aparecerá indicada su función. Por lo general, los botones sirven para efectuar una acción y se reconocen porque son rectángulos con los bordes redondeados.

En todos los didactigramas aparecen a la izquierda los siguientes botones generales:

*Salida:* es una casa y sirve para salir del didactigrama.

*Sonido:* es un micrófono y sirve para poner o quitar el sonido, está inactivo.

*Devolverse:* es una flecha y sirve para devolverse a la tarjeta en la que estaba antes de llegar a ésta.

*Nivel de juego:* es un barómetro y sirve para cambiar el nivel al cual se está jugando.

*Ayuda:* es un signo de interrogación y da información sobre las diferentes partes del didactigrama.

*Mapa:* es un mapamundi y sirve para ir al mapa de módulos del didactigrama .

*Historia:* es el retrato de un señor y sirve para ver las veces que se ha jugado y los puntajes obtenidos.

*Marco teórico:* es un libro y sirve para ver la teoría del tema al que se refiere el didactigrama .

*Ejercitación:* es un niño jugando y sirve para ir al módulo en el cual se puede jugar sin puntaje.

*Simulación:* es una llave y sirve para ver cómo se debe jugar.

*Juego:* son unos aros enlazados y sirve para ir al módulo en el cual se puede jugar con puntaje.

### **ACERTIJO DE MU**

El objetivo del didactigrama del acertijo de MU es demostrar teoremas a partir del axioma dado. En la pantalla del juego, además de los botones generales, hay siete botones propios del juego.

incluir acá gráfica 4

Estos son:

*Bolsa de teoremas:* es una bolsa y sirve para ver los teoremas que se han demostrado en este juego y la demostración correspondiente (cómo se aplicaron las reglas).

*Devolverse:* es una flecha y sirve para devolver un paso en la demostración, quita puntos cuando se usa en el módulo de juego.

*Reglas:* son cinco botones, cada uno trae la regla en dibujitos y éstos son los que se usan para hacer las demostraciones.

En la parte superior aparece “Teorema a demostrar: miuuimi” esto significa que partiendo de mi hay que usar las cinco reglas para llegar a miuuimi.

El puntaje se asigna de acuerdo con la cantidad de reglas que se usen, la cantidad de veces que se use el botón devolverse y si se logra o no hacer de la manera más corta posible.

### **ADIVINE LA REGLA**

El objetivo de este didactigrama es adivinar una regla que el computador tiene escondida, al estilo de las reglas de “El acertijo de MU”, proponiendo palabras para las cuales el computador responde cómo actúa dicha regla.

Hay tres posibles estados: palabra, hipótesis, regla.

*Palabra:* en este estado se puede proponer al computador una palabra a la cual él le aplicará la regla.

*Hipótesis:* en este estado se pueden escribir hipótesis acerca de la regla escondida.

*Regla:* aquí se puede proponer la regla y el computador dice si se adivinó o no. En caso negativo se restan puntos.

Además de los botones generales tenemos:

Un espacio en que se muestran las palabra propuestas y cómo actúa la regla en ellas; o muestra las hipótesis que se han propuesto en el juego.

Un espacio en el cual se van construyendo las palabras, las hipótesis o la regla, con ayuda de los botones M, I, U, , , .

*Borrar:* sirve para borrar el último símbolo escrito M, I, U, , , .

*Proponer:* sirve para proponer al computador la palabra escrita y él responderá cómo actúa la regla en ella; o proponer la hipótesis escrita; o proponer la regla escrita.

En el estado “palabras” hay dos botones más:

*Hipótesis:* permite ir al estado hipótesis.

*La regla es...:* permite ir al estado regla.

En el estado “hipótesis” hay:

*Negar:* permite señalar las hipótesis que ya han sido falsificadas.

*Validar:* permite quitar la señal de las hipótesis falsificadas.

En el estado “regla” hay:

*Arrepentirse*: permite arrepentirse de proponer una regla.

incluir acá gráfica 5

## **SISTEMAS FORMALES Y LENGUAJE**

El objetivo del didactigrama es demostrar teoremas propios de este sistema formal, correspondientes a deducciones sobre sintagmas que propone el computador aleatoriamente. Se diseñaron cuatro módulos pero hasta ahora se ha implementado sólo uno.

Los botones propios de este didactigramas son:

*Reglas:* doce botones que corresponden a las doce posibles reglas que se pueden utilizar en este sistema formal.

*Interpretación:* tres botones que permiten interpretar los símbolos de la reglas terminales (S, Q y V).

Hay además una zona donde aparece el sintagma que debe analizar y una zona en la que va apareciendo, a medida que se va jugando, la deducción del sintagma con todos los pasos y la interpretación.

Al igual que los otros didactigramas tiene una zona donde va apareciendo el puntaje. Cuando el estudiante comete errores le va restando puntos pero le va dando ayudas para que resuelva el ejercicio correctamente.

incluir acá gráfica 6

**MUSR**

El programa maneja básicamente dos conceptos: modelo y lenguaje.

Un lenguaje es el conjunto de elementos y propiedades que intervienen en un problema. Lo define el usuario.

Un modelo es un conjunto de relaciones entre elementos y sus propiedades que se definen sobre un lenguaje. En este caso hemos limitado el tipo de relaciones que se pueden establecer para simplificar el manejo del problema. También forman parte del modelo las deducciones que se han hecho en el proceso de análisis del problema.

El profesor propone al estudiante un problema “complejo”, por ejemplo analizar el problema del narcotráfico: se debe legalizar o se debe declarar una guerra abierta contra los narcotraficante, teniendo en cuenta el bienestar de la sociedad colombiana.

El estudiante debe identificar cuáles son las alternativas de solución que se proponen, y el criterio de selección que permitirá escoger la mejor. Teniendo estos dos puntos resueltos, procede a utilizar el programa.

El primer paso es identificar los elementos y propiedades con los que se va a trabajar, es decir el lenguaje. El alumno puede adicionar todos los elementos y propiedades necesarios para el análisis de su problema. También puede borrar y editar los que ya están.

El segundo paso es establecer las relaciones entre los elementos que identificó, hay tres tipos de relaciones:

- hechos: describe la propiedad que tiene un elemento
- modus ponens: describe la implicación que un elemento y su propiedad tienen sobre otro elemento y su correspondiente propiedad
- cuantificadores: generaliza una propiedad que implica otra propiedad.

Ahora puede empezar a hacer deducciones y derivar nuevos hechos o teoremas (esta es la parte mecánica del proceso) hasta obtener una conclusión le permita decidir cual es la mejor alternativa de solución. Simultáneamente va obteniendo una descripción gráfica del proceso.

Esta herramienta permite al usuario no solo modelar y analizar un problema real de un forma lógica y coherente sino que también le permite evaluar alternativas de solución de un modelo que ya exista por que tiene la

posibilidad de manejar un archivo de problemas creados por el profesor o por el estudiante.

También es posible definir varios modelos sobre el mismo lenguaje, lo que permite analizar un mismo problema desde diferentes puntos de vista.

Tiene, además, una cantidad de opciones para “organizar” el trabajo porque permite abrir, crear, cerrar, renombrar y borrar modelos o utilizar tres tipos de acciones:

- una de navegación que permite: volver a la tarjeta anterior, salir, tener una ayuda, ir al marco teórico
- una de edición de relaciones: modus ponens, cuantificadores, hechos, conjunción y disyunción
- una de edición del modelo: derivar, borrar, mover, duplicar, editar mientras se construye un modelo.

incluir acá gráfica 7

## **RESULTADOS**

Una vez producidos los primeros prototipos de didactigramas, llevamos a cabo una reflexión general sobre la experiencia vivida. Esta experiencia nos permitió identificar algunos de los errores que cometimos aunque hay que aclarar que esta experiencia era completamente nueva para nosotros. Entre nuestras conclusiones tenemos:

Es esencial que el problema esté bien definido. Esto quiere decir que tanto el contenido como los objetivos pedagógicos del tema dentro del curso deben ser conocidos en detalle. Pero, además, que exista realmente un problema pedagógico que el didactigrama pueda resolver. En general, el error más grave que se puede cometer es resolver por medio de un didactigrama un problema que realmente no lo es.

El proceso de diseño es el más importante en el desarrollo. La presión que nos impusimos con el propósito de tener prototipos funcionando en pocos meses, nos indujo a cometer el error de no analizar y discutir en profundidad los diseños que se proponían. En los últimos proyectos tomamos como base general no comenzar a programar hasta no estar seguros del diseño en papel.

Es necesario conocer la herramienta de programación. Nosotros comenzamos a trabajar sin conocer suficientemente la herramienta y esto produjo programas ineficientes y la calidad de programación fue heterogénea, tanto al interior de los programas como entre los programas mismos. Se hizo además demasiado énfasis en utilizar únicamente Hypercard como herramienta de desarrollo y más tarde descubrimos que algunas de las cosas que hicimos habían podido hacerse de manera más eficiente con otras herramientas. Descubrimos también los X Commands que nos habrían permitido avanzar más rápidamente.

Si se quiere tener coherencia entre los programas es necesario definir una estructura y la interfaz antes de desarrollar los programas. En nuestro grupo cada quien desarrolló su estilo, lo que produjo gran heterogeneidad entre los programas y se necesitó un gran trabajo posterior para unificarla.

Todas estas conclusiones fueron producto de nuestra experiencia y de evaluaciones subjetivas que realizamos. En septiembre de 1991 iniciamos un proyecto de evaluación formal de estos programas. Se analizaron los criterios de la evaluación y se decidió hacer una evaluación estadística que tuviera en cuenta el logro de los objetivos y el tiempo empleado en cada tema. Se decidió tomar dos secciones del curso, en una de las cuales se usaran los didactigramas y en la otra no y se realizaran las mismas pruebas (evaluaciones del tema).

Analizando los resultado de estas pruebas y el tiempo tomado en cada sección para desarrollar cada tema podríamos tener la evaluación deseada. Este proyecto no se pudo realizar por falta de financiación. Por esta misma razón hay algunas partes de los didactigramas todavía sin terminar.

En los últimos tres años los programas han sido utilizados continuamente en nuestros cursos y han recibido muy buenos comentarios por parte de los estudiantes. Es una experiencia nueva para la mayoría y sin mayores problemas logran desenvolverse bien con los didactigramas.

El objetivo que nos habíamos propuesto tenía que ver principalmente con el tiempo. Estas sesiones permiten efectivamente que nuestros alumnos desarrollen en poco tiempo las destrezas que esperábamos con relación a las traducciones entre sistemas de representación y manejo simbólico. Esto permitió que se dedicara más tiempo en el curso a otros temas y fue necesario hacer algunos cambios en el diseño general del curso, teniendo siempre en cuenta los objetivos.

Para los profesores que participaron en el proyecto fue también una oportunidad de mejorar su formación, tanto por la reflexión que debieron hacer sobre el tema en particular que trabajaron como por la metodología que usamos para aproximarnos al problema. Tuvieron que investigar sobre la tecnología, las diferentes alternativas en cada uno de los problemas que se presentaron durante el desarrollo, el impacto que tendría sobre los estudiantes, nuevas maneras para manejar este tipo de clases y las posibles discusiones en esta experiencia traería para los estudiantes.

## CONCLUSIONES

La informática educativa se ha enfrentado y se seguirá enfrentando con grandes retos. El problema de la infraestructura es uno de ellos. La informática educativa podrá cumplir sus promesas solamente cuando el estudiante pueda tener un acceso suficientemente intenso y continuo a los programas de computador. En la actualidad en la Universidad de los Andes contamos con una sala con 12 equipos Macintosh Plus para que nuestros estudiantes de ciencias sociales tengan oportunidad de usar los didactigramas. Cada sección de 30 estudiantes tiene sesiones de una hora cuatro o cinco veces en el semestre. Así que el tiempo que dedican a esta actividad es realmente mínimo.

Por otro lado, el profesor tiene que ser tenido en cuenta en este proceso. Los grandes productos de informática educativa tendrán muy poca influencia

en el aprendizaje si el profesor no comprende o no sabe utilizar el producto y, peor aún, si no comparte la visión que este producto defiende sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El profesor debe entender que la informática educativa le ofrece otra situación didáctica posible de la cual él debe ser partícipe.

Sin embargo, esta experiencia nos sirvió para reflexionar sobre los diferentes recursos que como profesores tenemos a nuestra disposición y cómo debemos hacer el mejor uso de ellos. Desde la tiza de colores hasta los computadores más sofisticados pueden ser usados en el salón de clase. Pero cada uno de ellos debe ser usado de la mejor manera analizando detalladamente el aporte que pueden brindar al proceso enseñanza-aprendizaje.

Como resultado de este proceso tenemos ahora en marcha el proyecto “Calculadoras gráficas y precálculo” que pretende analizar el impacto de introducir calculadoras gráficas en un curso sobre funciones. Nos interesan aspectos como: el aprendizaje del álgebra, las actitudes de los estudiantes, el diseño curricular, la interacción en el salón de clase y las creencias del profesor. También tenemos el proyecto del Hyperdidactigrama que está orientado a que los profesores hagan una reflexión sobre los errores más comunes que cometen los estudiantes y analicen las posibles causas de esos errores para ayudar al estudiante a evitarlos. Esperamos que esta experiencia que hemos tenido le sirva a las personas que están interesadas en incursionar en este campo.

## CREDITOS

El grupo que ha desarrollado este paquete de programas de computador ha variado mucho durante estos años, pero siempre ha formado de *Una Empresa Docente*, centro de investigación en Educación Matemática del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Los Andes, bajo la dirección de Pedro Gómez.

Durante el primer semestre de trabajo el grupo de Didactigramas estuvo dirigido por Vilma Mesa y desde el primer semestre de 1990, hasta la fecha, ha sido dirigido por Cristina Gómez.

Entre las personas que han trabajado en este grupo están: Héctor Muñoz, Alfonso Meléndez, Diego Cardona, Carlos Aya, Claudia Sastre, Gloria García, Angela Ochoa, Pedro Vargas, Herbert Suárez, Edgar Bernal, Edgar Romero y todos los profesores que durante este tiempo han dictado el curso de MATEBÁSICA.

## BIBLIOGRAFIA

- 1 DAMEROW, P. et al. (1990) Matemática para todos. *Informe y documentos del ICME 5. UNESCO.*
- 2 Educación matemática en las Américas VII, CIAEM, (1990). *Actas de la séptima conferencia Interamericana sobre Educación Matemática. UNESCO.*
- 3 RESNICK, L. FORD, W. La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. *Ministerio de educación y ciencia.* 1981
- 4 SHOENFELDH, ALAN. (1992) Learning to think mathematically: problem solving metacognition, and sense making in mathematics. En GROUWS, D.A.(Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: Macmillan.

### REFERENCIAS

- <sup>1</sup> HIEBERT, J. y CARPENTER, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. En GROUWS, D. A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: Macmillan.
- <sup>2</sup> ROMBERG, T.A. (1993). How one comes to know: Models and theories of the learning of mathematics. En NISS, M. (Ed.). *Investigations into assessment in mathematics education.* Dordrecht: Kluwer.
- <sup>3</sup> SFARD, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies Mathematics*, 22, pp. 1-36.
- <sup>4</sup> KAPUT, J. J. (1992). Technology and Mathematics Education. En GROUWS, D.A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* (pp. 515-556). New York: Macmillan.