Informática Educativa Vol . 9 , No. 2, 1996
UNIANDES - LIDIE, Colombia pp. 103-121

LAS HOJAS DE CÁLCULO COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA

Octavio HENAO ALVAREZ

RESUMEN

En este artículo se exploran, describen y analizan las posibilidades que ofrecen las hojas de cálculo como herramienta de soporte para el desarrollo de algunas estrategias didácticas en las áreas de ciencias naturales y matemáticas.

INTRODUCCIÓN

Aunque desarrolladas originalmente como herramientas para el trabajo en el mundo de la proyección y el análisis financiero, las hojas de cálculo tienen un gran potencial en el campo de la enseñanza y el aprendizaje. Si se están utilizando como un recurso eficaz para resolver problemas en los negocios, la banca, y la administración, por qué no aprovecharlas con el mismo propósito en el ámbito escolar?. Adaptables a una gran variedad de disciplinas, áreas, y temas, esta clase de programas son un instrumento muy poderoso y efectivo para crear entornos y estrategias didácticas que estimulan y ayudan los alumnos a que organicen datos, categoricen información, identifiquen variables dependientes e independientes en situaciones de la vida real, establezcan relaciones, se formulen y resuelvan preguntas del tipo "qué ocurriría si...?", y planteen hipótesis sobre resultados probables. Con estas herramientas es posible involucrar el alumno en actividades intelectuales que fomentan la reflexión, la capacidad de exploración, el interés investigativo, el pensamiento crítico, y la habilidad para resolver problemas.

Obviamente, tales logros cognitivos no ocurren automáticamente. El tipo de preguntas y situaciones que el docente proponga, su estilo pedagógico, su concepción del aprendizaje, su conocimiento y relación con la disciplina que enseña, son factores determinantes de la efectividad de toda estrategia didáctica. Los problemas que se formulen a los alumnos deben enfatizar más el proceso de pensamiento que la realización de cálculos, invitar a la exploración, al ensayo, a la predicción y verificación de resultados, a la búsqueda insistente. Si el objetivo del maestro es simplemente el hallazgo de una respuesta correcta, una hoja de cálculo podría serle útil, pero no en la dimensión heurística y didáctica que en este ensayo se contempla.

Cuando se enfrentan a la solución de ecuaciones, los alumnos rara vez utilizan estrategias de ensayo y error, tantean diversos procedimientos, sondean cálculos, o hacen aproximaciones sucesivas. No ocurre lo mismo al abordar estos problemas con la hoja de cálculo, donde tales procesos entran a formar parte integral de la experimentación y exploración. El estudiante tiene en sus manos una herramienta que lo estimula a ensayar soluciones y a asumir la responsabilidad de verificar los resultados. Si los valores encontrados no coinciden con lo que esperaba, se siente más dispuesto a ensayar nuevos datos, pues sabe que no tiene que repetir tediosos cálculos.

EJEMPLOS DE LA LITERATURA ESPECIALIZADA

Las siguientes son algunas propuestas didácticas que incorporan el uso de la hoja de cálculo, tanto en el área de ciencias naturales como en matemáticas, y que han sido publicadas en revistas especializadas. El criterio básico de selección fue que ilustraran de manera sencilla y clara la utilización de esta herramienta para explicar, demostrar, construir, y explorar conceptos, teorías, o problemas.

En los dos ejemplos siguientes Albrecht y Firedrake [1] muestran cómo utilizar una hoja de cálculo para apoyar la enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos sencillos en el área de ciencias naturales:

Ejemplo 1: Costo de la Electricidad

Una de las formas más simples de ayudar a conservar los recursos naturales de nuestro planeta, y ahorrar dinero al mismo tiempo, es reemplazar los bombillos incandescentes por otro tipo de lámparas más económicas, como las fluorescentes.

Con una hoja electrónica resulta muy fácil hacer comparaciones y proyecciones que revelen al alumno la magnitud de la energía que se podría economizar utilizando lámparas más eficientes. Un bombillo fluorescente de 18 vatios produce más o menos la misma cantidad de luz que uno incandescente de 75 vatios, y tiene una expectativa de duración de 10.000 horas, período de tiempo durante el cual se consumirían aproximadamente 13 bombillos incandescentes. En la hoja siguiente se cotejan los costos que tiene la iluminación durante 10.000 horas con estos dos tipos de lámparas, manejando una tarifa de $ 0.11185 dólares.

	A	B	C
1	**Costo de la Electricidad** *Tarifa $0.11185 Kw/hora*		

2			
3	**Horas**	**Lámp.Fluor**	**Lámp.Incan**
4	1000	$2.01	$8.39
5	2000	$4.03	$16.78
6	3000	$6.04	$25.17
7	4000	$8.05	$33.56
8	5000	$10.07	$41.94
9	6000	$12.08	$50.33
10	7000	$14.09	$58.72
11	8000	$16.11	$67.11
12	9000	$18.72	$75.50
13	10000	$20.13	$83.89

Ejemplo 2: Masa Molecular de Moléculas Orgánicas

El cuerpo humano está compuesto principalmente de oxígeno, carbón, hidrógeno, y nitrógeno. Estos elementos se combinan de varias maneras para dar origen a muchas otras substancias orgánicas. Al examinar la tabla periódica puede encontrarse la masa atómica de cada elemento, la cual es igual a la masa en gramos del número de Avogadro (6.022 X 1023) de átomos del elemento. Por ejemplo, 6.022 X 1023 átomos de hidrógeno tienen una masa de 1.008 gramos. La masa molecular es la suma de las masas atómicas de los átomos que forman la molécula. En esta hoja de cálculo se calculan las masas moleculares de algunas moléculas orgánicas. El alumno puede ampliar y profundizar sus indagaciones agregando filas con la descripción de las moléculas que desee, insertando datos de otros elementos en las columnas.

	A	B	C	D	E	F
1	**Masa Molecular de Moléculas Orgánicas**					
2	**Elemento:**	**Hidróg**	**Carbón**	**Nitróg**	**Oxígen**	
3	**Masa Atómica**:	1.008	12.001	14.007	15.999	
4	**Moléculas**					**Masa Molecul**
5	Agua H2O	2			1	18.015
6	Dióxido de carbón CO2		1		2	43.999
7	Amonia NH3	3		1		17.031
8	Ácido acético CH3COOH	4	2		2	60.032
9	Ácido nítrico HNO3	1		1	3	63.012
10	Metano CH4	4	1			16.033

Ejemplo 3: Cálculo de la Densidad

Una interesante experiencia didáctica en la cual los estudiantes utilizan la hoja de cálculo para procesar datos recogidos en el laboratorio de ciencias naturales es también descrita por Albrecht y Firedrake [2]. El trabajo consistió en calcular la densidad de diferentes bloques de metal, una propiedad física de la materia, equivalente a la razón entre la masa y el volumen. Se utilizaron pedazos de cobre, hierro, o aluminio de forma irregular, y una masa entre 40 y 50 gramos. Cada alumno midió la masa y el volumen. Para el cálculo de la masa se empleó una balanza de alta precisión, con un error de medición igual o inferior a 0.1 gramo. Para medir el volumen el profesor recomendó el método de Arquímedes, consistente en medir el agua desplazada al sumergir el bloque en un recipiente. Para esta operación utilizaron un cilindro graduado con un nivel de precisión de 0.5 mililitros. Echaban entre 20 y 25 mililitros de agua en el cilindro y registraban el volumen. Luego sumergían el bloque de material, y medían nuevamente. La diferencia entre estos dos volúmenes era el volumen correspondiente al bloque.

En la siguiente hoja de cálculo se reportan los datos recogidos por tres alumnos, que se identifican como Est1, Est2, y Est3. Las mediciones de masa se hicieron con aproximaciones de 0.1 gramos, y las de volumen con aproximaciones de 0.5 cm3, de tal manera que las celdas B4 a D6 se formatearon con un lugar decimal. El volumen del material se calcula en la fila 9. Las densidades son calculadas en la fila 10. La celda E10 contiene la densidad promedio de los bloques medidos por los tres estudiantes. La fila 12 contiene las desviaciones de cada medición con respecto al promedio de densidad. Cada desviación es igual a la densidad obtenida para cada bloque de material menos la densidad promedio. Estas desviaciones son un indicador de errores en la medición. Si son muy pequeñas comparadas con el promedio, se puede tener confianza en los datos; pero si son muy grandes pueden indicar imprecisiones en la medición, que hagan necesario repetirla.

	A	B	C	D	E
1	**Densidad del Material**				
2	**Datos Obtenidos**	**Est1**	**Est2**	**Est3**	
43	Masa bloque	57.6	57.8	57.9	
4	Vol. H^2O y bloque	30.5	28	27.5	
5	Volumen de H^2O	23	21	19.5	
6	**Cálculos**				**Promedio**
7	Volumen bloque	=B5-B6	=C5-C6	=D5-D6	
8	Densidad del bloque	=B4/B9	=C4/C9	=D4/D9	=Promedi(B10-D10)
9	Promedio 3 Est	=$E$10	=$E$10	=$E$10	
10	Desv. del Prom	=B10-B11	=C10-C11	=D10-D11	

Ejemplo 4: Un Calorímetro Sencillo

Según Adams [3] los computadores pueden ayudarle al profesor de ciencias a concebir una idea nueva partiendo de algo viejo. Por ejemplo, puede retomar una demostración o experimento y expandirlo, hacerlo más riguroso, o explicarlo mejor. Utilizando el poder de esta herramienta se puede lograr que "la aritmética no interfiera con las matemáticas". Con la siguiente propuesta didáctica, que involucra el uso de una hoja de cálculo, este autor busca que los alumnos establezcan una buena conexión entre el concepto de caloría alimenticia y la unidad que utilizan los químicos para describir combustibles.

Nuestros cuerpos consumen alimentos que, a manera de combustibles, nos proporcionan energía. De hecho, es posible producir y avivar el fuego con alimentos que contengan mucha grasa. En la cocina, las llamaradas producidas al derramar aceite son bastante frecuentes. Utilizando materiales muy sencillos (un pedazo de banano, un tarro pequeño, un platico de aluminio, un termómetro, y algunas nueces) se puede lograr que los alumnos aprovechen este proceso de quemar alimentos para determinar su nivel de calorías. Se corta una tira de nuez, se pesa, y se coloca encima del banano a manera de mecha. El tarro se coloca alrededor del banano, para proteger la llama del viento y servir de soporte al plato, en el cual se echan unos 10 ml de agua. Se enciende la nuez y se coloca el plato habiendo registrado previamente la temperatura del agua. Una vez empieza a extinguirse la llama se registra la más alta temperatura alcanzada, y se pesa la nuez ya quemada. Luego se entran los datos a la hoja electrónica y se analiza con los alumnos cuáles son las fórmulas adecuadas para calcular las calorías correspondientes a cada gramo de combustible. Como se trata de alimentos, esta caloría equivale realmente a 1000 calorías regulares (se requiere una caloría para calentar un gramo de agua un grado centígrado). Los siguientes son algunos valores típicos obtenidos por los estudiantes:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Tipo de Nuez**	**Agua(Ml)**	**Temp Inic**	**Temp Fin**	**Dife Temp**	**Tot Cals**	**Peso Ante**	**Peso Desp**	**Dif Peso**	**Cals Gram**
2										
3	Almendra	10	19.2	56.2	37.0	370	1.30	0.70	0.60	5500
4	Nuez Braz	10	18.1	44.0	25.9	259	3.00	2.60	0.40	648
5	Anacardo	10	20.0	37.0	17.0	170	2.30	2.00	0.30	567
6	Avellanas	10	18.2	51.0	32.8	328	1.80	1.30	0.50	656
7	Maní	10	18.0	58.0	40.0	400	1.95	1.25	0.70	571
8	Pacana	10	19.0	33.0	14.0	140	3.80	3.60	0.20	700
9	Nogal	10	23.0	72.0	49.0	490	2.30	1.50	0.80	612

Si se comparan los datos obtenidos con los que aparecen referenciados en algunos libros de dietética se observa una diferencia de aproximadamente un 10%, lo cual se explica porque tales mediciones se han hecho con instrumentos de gran precisión en atmósferas de oxígeno puro. Dada la importancia que tiene actualmente el tema de los combustibles alternativos, un problema de investigación muy interesante para proponer a los alumnos es el de la viabilidad de cosechar nueces como una fuente de combustibles. Esto les exigiría consultar el costo y eficiencia de los diversos tipos de energía, lo que haría aún más interesante esta estrategia didáctica.

Ejemplo 5: Investigando el Tiempo de Reacción

Schatz [4] describe una interesante experiencia didáctica presentada en una feria de la ciencia, en la cual niños de quinto y sexto grado de educación primaria llevaron a cabo una investigación que implicó la formulación de hipótesis, la aplicación de pruebas a todos los alumnos de la escuela, y el uso una hoja de cálculo para analizar los datos. El estudio buscaba establecer y comparar el tiempo de reacción de los alumnos, entendido este como "la rapidez con la cual un estudiante podía agarrar una varilla soltada por otro". Las hipótesis planteadas fueron:

1. El tiempo de reacción de los estudiantes será mejor durante la segunda prueba.
2. A mayor edad mejor desempeño en la prueba.
3. En promedio, las niñas obtendrán mejores resultados que los niños.
4. En promedio, los zurdos lo harán mejor que los diestros.
5. Los estudiantes de grados distintos, pero de la misma edad, obtendrán resultados comparables.

Inicialmente discutieron y acordaron algunas condiciones para la realización del experimento: La varilla se soltaría desde una altura igual para cada sujeto; los alumnos permanecerían de pie durante la prueba, colocando la mano abierta sobre el borde de una mesa. El puntaje asignado a cada sujeto sería la distancia en centímetros entre el punto desde el cual se lanza la varilla y el punto donde se logra agarrar. Seis grupos de cuatro alumnos realizaron las pruebas. Uno llevaba el sujeto al lugar del experimento; otro registraba la información pertinente (edad, sexo, grado etc.); otro dejaba caer la varilla; y el otro observaba el desempeño en la prueba anotando los resultados.

El tipo de datos recolectados se adaptaban muy bien al formato de una hoja electrónica. Como el grupo no tenía experiencia en el manejo de esta herramienta, -aunque sí habían utilizado ciertos programas como el LOGO, el procesador de textos, y graficadores-, el profesor les hizo algunas demostraciones sobre su estructura, componentes, y procedimientos para el ingreso de información. Crearon entonces una hoja de cálculo para cada uno de los siete niveles, de kinder a sexto grado.

En cuanto a las hipótesis formuladas, el análisis de los resultados reveló que: (1) Exceptuando el grado cuarto, los estudiantes sí mejoraron el tiempo de reacción en la segunda prueba; (2) En cinco de los siete grupos, el desempeño de los niños fue superior al de las niñas; (3) Los estudiantes de mayor edad lograron mejores resultados en ambas pruebas. Con relación a las otras hipótesis, la interpretación de los datos no soportaba pruebas concluyentes.

Según el autor, esta experiencia resultó altamente satisfactoria y enriquecedora para sus alumnos. Se sintieron muy orgullosos al ver los resultados de su proyecto en las carteleras del colegio. Les parecía difícil creer que hubieran hecho todo ese trabajo.

Hoja de cálculo con los datos del Grado Primero

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1	**Nombre**	**Edad**	**Sexo**	**Mano**	**Prueb1**	**Prueb2**
2	Jason	6	H	D	11	68
3	Mathew	6	H	I	56	50
4	Josh	6	H	D	37	16
5	Justin	6	H	D	37	34
6	Jerret	6	H	D	48	42
7	Jim	6	H	D	39	47
8	Joe	6	H	D	35	24
9	Tiffany	6	M	D	72	57
10	Starla	6	M	D	67	48
11	Matt	7	H	D	28	35
12	Rodney	7	H	D	49	47
13	Roberta	7	M	D	38	41
14	Rebecca	7	M	D	68	69
15	Beverly	7	M	D	38	29
16	PROMEDIO				44.5	43.3
17	IZQUIERDOS				56	50
18	DERECHOS				43.6	42.8
19	HOMBRES				37.7	40.3
20	MUJERES				56.6	48.8
21	EDAD 6 AÑOS				44.6	42.8
22	EDAD 7 AÑOS				44.2	44.2

Fue muy regocijante ver todo lo que estos niños de quinto y sexto grado aprendieron sobre las técnicas y procedimientos que se utilizan en la investigación científica y la manera de incorporar a ella una herramienta informática poderosa.

Ejemplo 6: Aprendiendo a Comprar Pizzas

Paul [5] desarrolló la siguiente actividad didáctica para enseñar a niños de educación básica primaria en una escuela de Suráfrica a utilizar la hoja electrónica como herramienta en la solución de problemas. Según él, aunque estos niños tienen limitaciones en sus destrezas numéricas, discuten y resuelven problemas que para muchos adultos podrían resultar difíciles, e incluso frustrantes. Cuando los cálculos que deben realizar son demasiado complejos, el maestro suele hacerlos, lo cual mengua el valor formativo de estos ejercicios. Aunque las calculadoras han servido para este propósito, las hojas de cálculo son un instrumento mucho más apropiado y poderoso para superar tales dificultades.

Esta propuesta didáctica gira en torno a la solución del siguiente problema, relacionado con un asunto de la vida real:

Problema

En una pizería se ofrecen pizas de tres tamaños diferentes, cuyos diámetros son de 17, 23, y 33 centímetros, y que se sirven partidas en 4, 6, y 8 pedazos iguales. Los respectivos precios son $8.70, $13.05, y $17.40 (en RANDS, la moneda de Sur África).

Estos fueron los interrogantes que debían resolver los alumnos:
- *Son todos los pedazos del mismo tamaño?*
- *Qué pedazos salen más baratos, los de la piza pequeña, la mediana, o la grande?*
- *Qué precio habría que ponerle a las pizas pequeña y mediana para que su valor resulte equivalente al de la piza grande?*
- *Cómo habría que cambiar el radio de las pizas pequeña y mediana para hacerlas equivalentes en valor a la piza grande?*
- *Qué precio debería cobrarse por cada una de las tres pizas para que tengan un valor equivalente?*
- *Manteniendo los precios iniciales, qué tamaño deberían tener las pizas para que su valor sea realmente equivalente?*
- *Cuál debería ser el radio de las tres pizas para que el costo por cm2 sea equivalente en todas?*

Compraron las pizas, las midieron, y observaron otros detalles pertinentes. El primer asunto que discutieron fue si los pedazos eran iguales en las tres pizas. Como en el curso de matemáticas estaban estudiando en ese momento el tema del círculo, acordaron una estrategia para resolverlo. Luego analizaron qué resultaba más económico comprar: dos pizas pequeñas, con cuatro pedazos cada una, o una piza grande, con ocho pedazos. Posteriormente acordaron qué cálculos eran necesarios para resolver los interrogantes del problema, y aprendieron cómo se introducían fórmulas en la hoja de cálculo. Finalmente entraron los datos correspondientes y observaron los resultados.

Hoja de cálculo con la solución al problema del valor Comparativo

	A	B	C	D	E	F
1	**Radio (cm)**	**Área (cm^2)**	**# Por-ciones**	**Área/porción (cm^2)**	**Precio**	**Precio cm^2**
2	8.5	226.98	4	56.74	8.70	0.04
3	11.5	415.47	6	69.24	13.05	0.03
4	16.5	855.29	8	106.91	17.40	0.02

Hoja de cálculo con la solución al problema del Precio Equivalente

	A	B	C	D	E	F
1	**Radio (cm)**	**Área (cm^2)**	**# Por-ciones**	**Área/porción (cm^2)**	**Precio**	**Precio cm^2**
2	8.5	226.98	4	56.74	4.70	0.0207
3	11.5	415.47	6	69.24	8.70	0.0209
4	16.5	855.29	8	106.91	17.40	0.0203

Hoja de cálculo con la solución al problema del tamaño

	A	B	C	D	E	F
1	**Radio (cm)**	**Área (cm^2)**	**# Por-ciones**	**Área/porción (cm^2)**	**Precio**	**Precio cm^2**
2	11.70	430.05	4	107.51	8.70	0.0202
3	14.35	646.92	6	107.82	13.05	0.0202
4	16.50	855.29	8	106.91	17.40	0.0203

Para encontrar las soluciones los niños iban cambiando los valores de las celdas, utilizando un método de "ensayo y error" que les pareció muy divertido. El proceso de diseñar la hoja mejoró su capacidad de organizar con orden y lógica los problemas, les proporcionó un mayor sentido de apropiación de los mismos, y estimuló su deseo de resolverlos. Un grupo de alumnos observó que al duplicar el radio o el diámetro se incrementaba el área cuatro veces. Igualmente al triplicar estas dimensiones se aumentaba nueve veces el área. Esto los condujo a formular la hipótesis según la cual el aumento de estas mismas dimensiones en otras figuras geométricas produciría un incremento similar en su área. Utilizando tanto la hoja de cálculo como papel y lápiz, sometieron a prueba esta suposición, la cual encontraron válida. Esta estrategia constituye, según el autor, una experiencia de aprendizaje muy poderosa y significativa, que no sería posible de ofrecer a los alumnos con los métodos y recursos didácticos tradicionales.

Ejemplo 7: Aprendiendo matemáticas con chocolates

Niess [6] también diseño una propuesta didáctica muy divertida para iniciar a niños de escuela básica primaria en el uso de la hoja de cálculo para investigar y resolver problemas de aritmética. La actividad requiere que cada alumno disponga de una bolsa de confites M&Ms, unos dulces de chocolate en forma de pastillas de diversos colores. El maestro empieza formulando preguntas como:

- *Son iguales las pastillas que contiene una bolsa de M&Ms?*
- *En cuántos colores vienen?*
- *Cuáles son estos colores?*
- *Hay igual número de pastillas en cada color?*
- *De qué color hay más pastillas?*
- *En total, cuántas pastillas en total hay en una bolsa?*
- *Cuál es la fracción correspondiente a las pastillas rojas?*
- *Cuál es el porcentaje de pastillas rojas?*
- *Qué parte decimal del total representan las pastillas amarillas?*

Luego, para verificar las respuestas dadas por los niños abre una bolsa de M&Ms, coloca un acetato limpio en el retroproyector, vierte las pastillas sobre él, y alineándolas según el color forma un histograma. A continuación pide a los niños que cuenten las pastillas según el color y calculen el total.

En el paso siguiente de esta actividad los niños abren su propia bolsa de confites y proceden a contarlos, clasificándolos según el color, y anotando estos valores en fichas de cartulina. Así mismo, preparan otras fichas con sus nombres, los colores de las pastillas, las letras que identifican las columnas, y los números de las filas. También discuten y determinan las fórmulas necesarias para calcular promedios y totales. Con estos materiales y los datos recogidos por cada alumno organizan en el piso una plantilla o boceto de la hoja de cálculo, que será luego trasladada a la hoja del computador.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1	**Nombre**	**Rojo**	**Amarillo**	**Verde**	**Café**	**Total**

2	Pat	8	5	3	19	35
3	Karen	5	9	6	18	38
4	Judy	6	4	1	23	34
5	Sean	12	3	5	13	33
6	**Promedio**	8	5	4	18	35

Para terminar la actividad los alumnos prepararon un informe escrito con el procesador de textos, al cual incorporaron los datos de la hoja y un gráfico de barras. En él debían responder adicionalmente los siguientes interrogantes:

. *De qué color había más pastillas?*
. *De qué color había menos pastillas?*
. *Cuál es la proporción de pastillas rojas, amarillas, verdes, y cafés en una bolsa típica de M&Ms?*
. *Basados en esta muestra, si una bolsa de M&Ms contiene 100 pastillas, cuántas rojas esperaríamos?, cuántas amarillas?, cuántas verdes?, cuántas cafés?.*

Según la autora, los estudiantes deben aprender a utilizar el computador como herramienta para procesar información y ejecutar los cálculos que requiera la investigación y solución de un problema. Esta propuesta didáctica crea una atmósfera estimulante para que los alumnos de manera sistemática recolecten, organicen, procesen, analicen, y describan conjuntos de datos utilizando una herramienta informática.

Ejemplo 8: Cuántas horas de trabajo vale una Videograbadora?

Parker y Widmer [7] proponen el siguiente ejemplo para ilustrar cómo un maestro puede crear con la ayuda de una hoja electrónica oportunidades que estimulen el desarrollo de niveles complejos de pensamiento. Aunque se trata de un problema sencillo que involucra sólo la interrelación entre dos variables, la clave está en que se formulen preguntas apropiadas:

Situación

Felipe quiere comprar una videograbadora que tiene un costo de 250 dólares. Por su trabajo en un negocio de hamburguesas le pagan 3.35 dólares la hora.

Preguntas y estrategias didácticas

Los alumnos diseñan la hoja de cálculo y entran los datos correspondientes. Luego se les formula la primera pregunta: Cuántas horas debe trabajar Felipe para conseguir el dinero que cuesta la videograbadora?. Si su primera conjetura es 50 la hoja mostraría el siguiente resultado:

	A	B	C	D
1	*Valor VHS*	*Salario/hora*	*Número horas*	*Dinero obtenido*
2				
3	*$ 250.00*	*$3.35*	*50*	*$ 167.50*

1. Cambie un poco la situación: suponga que Felipe quiere una videograbadora que cuesta $425. Cuántas horas tendría que trabajar para poder comprarla?

2. Cambie las variables: si Felipe trabaja 50 horas, cuánto dinero ganaría a $ 3.35 la hora?

3. Modifique nuevamente la situación: si el valor de la hora trabajada es de $ 3.50, cuánto más ganaría Felipe en 50 horas?

4. Ahora utilice aproximaciones sucesivas: cuánto debe ganar por hora Felipe para comprar la videograbadora de $ 250, trabajando sólo durante 50 horas?

5. Modifique la hoja de cálculo para incorporar una nueva situación: cambie la celda "# horas" por "hor/sem", y agregue una nueva celda para "# semanas". Pregunte a los estudiantes qué cambios hay que hacerle a la fórmula de la celda "Dinero obtenido". Luego ponga a su consideración las siguientes preguntas: si Felipe trabaja 20 horas semanales, cuántas semanas tiene que trabajar para ganarse $250, si le pagan $3.35 la hora?. Cuántas semanas necesita trabajar para ganarse $425?. Si el alumno respondiera inicialmente que 3 semanas, la hoja de cálculo mostraría lo siguiente:

	A	B	C	D	E
1	*Valor VHS*	*Valor/hora*	*Hor/seman*	*# Seman*	*Diner obten.*
2					
3	*$250.00*	*$3.35*	*20*	*3*	*$201.00*

Según los autores, la propuesta didáctica anterior revela cómo el alumno se involucra en varias facetas del *pensamiento crítico*, tales como:

- *Interpretación de datos*
- *Exploración de relaciones (entre el salario y la capacidad de compra).*
- *Examinar el rol de las variables dependientes e independientes (dado cierto valor/hora, el tiempo requerido para comprar la VHS depende del número de horas trabajadas; no*

obstante, si el número de horas es fijo, la capacidad para comprar la VHS depende del valor/hora).

- *Formulación de hipótesis (si Felipe trabaja 80 horas debe ganar suficiente para adquirir la VHS).*
- *Análisis de resultados (a $ 3.35 la hora, Felipe va a tener que trabajar mucho tiempo para poder comprar la VHS).*
- *Plantearse preguntas sobre los resultados obtenidos (cuánto tiempo tendría que trabajar Felipe si se ganara $5.00 la hora?).*
- *Formular preguntas del tipo "Que ocurriría si.." (que pasaría si Felipe quisiera una VHS más costosa?).*

Ejemplo 9: Botellas y Gráficos

Una de las formas más comunes y eficaces de comunicar datos numéricos es a través de representaciones gráficas. Según una frase ya proverbial, un gráfico vale más que mil palabras. No obstante, esto es cierto si el lector puede interpretar el mensaje. La habilidad de analizar e interpretar información gráfica es actualmente objeto de especial atención entre los diseñadores de currículo. De acuerdo con el *Consejo Nacional de profesores de matemáticas* de los Estados Unidos, la capacidad de comunicarse con el lenguaje matemático y de transmitir los razonamientos lógicos implícitos en él deben permear el currículo.

Utilizando una hoja de cálculo, Niess [8] diseño la siguiente estrategia didáctica para estimular en los alumnos su capacidad de comunicar, analizar, e interpretar información gráfica:

Puso a disposición de los estudiantes una serie de frascos y botellas transparentes de diferentes formas y tamaños, un cilindro graduado para medir volumen, una regla que indicaba los milímetros, y agua. Luego, utilizando la herramienta de dibujo de la hoja de cálculo les solicitó que hicieran bosquejos de estos envases. A continuación les pidió que vertieran 10 mililitros de agua en una de los frascos y midieran la altura del líquido. Siguieron agregando agua en incrementos de 10 mililitros hasta llenar la botella, y fueron registrando los datos en el computador. Luego hicieron lo mismo con el resto de las botellas.

En la fase siguiente los alumnos generaron gráficos de los datos obtenidos con cada botella utilizando la herramienta graficadora de la hoja electrónica. Luego copiaron el dibujo, el gráfico, y los datos en un procesador de textos. Con esta información agrupada realizaron discusiones y análisis sobre la forma de la botella y la forma del gráfico, estableciendo conexiones entre la forma real del envase y su representación gráfica. Por ejemplo, una de las botellas tiene lados rectos y su respectivo gráfico es una línea recta, con una pendiente uniforme entre los puntos. Otra de las botellas tiene forma de circunferencia en la base, y se va estrechando hacia la parte superior. Su gráfico correspondiente revela los cambios en la altura del agua, que se van haciendo más notorios cuando el volumen alcanza los niveles superiores.

Una vez concluido el análisis de los gráficos, los alumnos debían resumir lo que aprendieron sobre la relación entre la forma de la botella y su respectivo gráfico. Su tarea era generar una representación gráfica de los datos y determinar la forma de la botella a partir del gráfico. Para lograr este propósito podían copiar los gráficos en la herramienta de dibujo, e ir haciendo esbozos que revelaban sus predicciones sobre la forma de las botellas utilizadas en la producción de los gráficos. Otra actividad que llevaron a cabo los alumnos fue bosquejar la representación gráfica que correspondería a diversos tipos de botellas que aún no habían sido llenadas con agua.

Tal como lo señala la autora, esta propuesta didáctica ilustra el poder y versatilidad que tiene una hoja de cálculo como herramienta para crear ambientes de aprendizaje que le otorguen al alumno la libertad de explorar, conjeturar, contrastar, validar, relacionar, crear, y comunicar conocimiento.

Ejemplo 10: Solucionando Problemas de Álgebra

Las hojas de cálculo constituyen un poderoso micromundo numérico, que según Arad [9] ofrece métodos alternativos para solucionar problemas de álgebra, permitiendo al estudiante concentrarse en el proceso de solución y la dinámica subyacente al problema. Usualmente, cuando el profesor de matemáticas propone la solución de un problema algebraico, espera que los alumnos: (1) comprendan el problema, (2) lo dividan en subproblemas, (3) identifiquen apropiadamente las variables, (4) organicen una tabla, (5) busquen relaciones entre los diversos componentes del problema, (6) escriban una o varias ecuaciones, y (7) las resuelvan hallando la respuesta correcta. Por ejemplo, es muy probable que el siguiente problema sea resuelto de la siguiente manera:

<u>Problema 1</u>

Roger tiene seis veces más monedas de diez centavos (dimes) que monedas de cinco (nickels), y tres veces más monedas de un centavo (pennies) que monedas de cinco. Si Roger tiene $ 17, cuántas monedas de cada denominación tiene?

<u>*Solución*</u>

X = número de monedas de cinco centavos

(6X) (0.10) + (X) (0.05) + (3X) (0.01) = 17.00
0.6X + 0.05X + 0.03X = 17.00
0.68X = 17.00
X = 17.00 / 0.68 = 25
Por lo tanto, Roger tiene 25 monedas de cinco, 150 monedas de diez, y 75 monedas de centavo.

En la solución de este problema la mayoría de los estudiantes perciben la variable X como una entidad que es difícil de relacionar con algo de su experiencia previa, muy poco dinámica, no invita a la experimentación, y es poco motivante. Aunque los docentes tratan de centrar la atención de los alumnos en el proceso y enfatizan la importancia de estrategias heurísticas (como la secuencia de pasos descrita anteriormente), la preocupación fundamental del estudiante sigue siendo encontrar una respuesta correcta a la ecuación, reduciendo el proceso de solución del problema a una simple actividad de cómputo. Esta forma de aprender a resolver un problema no estimula su exploración y experimentación, y cuando esto ocurre, se pierde de vista el proceso a expensas del producto.

Si un problema como el anterior se aborda con la ayuda de una hoja de cálculo, podemos situar más fácilmente la mirada del estudiante en su proceso y dinámica. Utilizando los nombres de las variables como rótulos, y las relaciones entre variables como fórmulas, se diseña una hoja como la siguiente:

	A	B	C	D
1		Monedas de centavo	Monedas de cinco	Monedas de Diez
2	Número	3*C2	?	6*2
3	Valor	0.01*B2	0.05*C2	0.1*D2
4	Total buscado $ 17.00			
5	La variable es el número de monedas de cinco			
6	El total actual es: B3 + C5 + D5			

La variable en la celda C2 representa el número de monedas de cinco. Los valores que resulten en las demás celdas dependen de los que se introduzcan en la celda C2. Cuando el estudiante entra un valor numérico en esta celda, por ejemplo 10, las otras celdas adoptan los valores correspondientes:

	A	B	C	D
1		Monedas de centavo	Monedas de cinco	Monedas de diez
2	Número	30.00	10.00	60.00
3	Valor	0.30	0.50	6.00
4	Total buscado $ 17.00			
5	La variable es el # de monedas de cinco			
6	El total actual es: 6.80			

Como el estudiante está buscando un valor total de $ 17.00, y la anterior solución genera un valor de sólo $ 6.80, se debe utilizar un valor mayor en la celda C2. A través de diversos ensayos se va aproximando al valor correcto 25, el cual genera en las celdas correspondientes los demás valores buscados, 75 monedas de centavo, 25 de cinco, y 150 de diez:

	A	**B**	**C**	**D**
1		Monedas de centavo	Monedas de cinco	Monedas de diez
2	Número	75.00	25.00	150.00
3	Valor	0.75	1.25	15.00
4	Total buscado $ 17.00			
5	La variable es el # de monedas de cinco			
6	El total actual es: $ 17.00			

<u>Problema 2</u>

Miguel fue a visitar en bicicleta a una amiga que vive en un pueblo distante 90 kilómetros. En el viaje de regreso manejó 15 kilómetros más rápido que en el de ida. El tiempo total del viaje fue de 3 horas y media. A qué velocidad pedaleó Miguel en su viaje de vuelta?

El estudiante diseña la siguiente hoja de cálculo:

	A	**B**	**C**
1		**IDA**	**REGRESO**
2	**Tiempo**	B4/B3	C4/C3
3	**Velocidad**	?	15 + B3
4	**Distancia**	90	90
5	Tiempo total buscado: 3.5 horas		
6	La variable es la velocidad en la IDA		
7	El tiempo actual es: B2 + C2		

Luego experimenta diversos valores en la celda B3, lo cual va generando los valores correspondientes en las demás celdas. Por ejemplo, si ensaya con una velocidad de 30 kilómetros, la hoja produce los siguientes valores:

	A	**B**	**C**
1		**IDA**	**REGRESO**
2	**Tiempo**	3	2
3	**Velocidad**	***30***	45
4	**Distancia**	90	90
5	Tiempo total buscado: 3.5 horas		

6	La variable es la velocidad en la IDA
7	El tiempo actual es: 5

Para reducir el tiempo de viaje a 3.5 horas el estudiante debe utilizar una velocidad mayor en la celda B3. Experimentando con distintos valores llega a encontrar que asignando el valor 45 a la variable en la celda B3 encuentra la solución correcta al problema:

	A	**B**	**C**
1		***IDA***	***REGRESO***
2	**Tiempo**	2	1.5
3	**Velocidad**	***45***	60
4	**Distancia**	90	90
5	Tiempo total buscado: 3.5 horas		
6	La variable es la velocidad en la IDA		
7	El tiempo actual es: 3.5		

Estos ejemplos ilustran cómo la hoja de cálculo permite que el estudiante experimente y explore el problema entrando diferentes valores en la celda que contiene la variable, y observando los cambios que se producen en las demás celdas dependientes. Como los cambios se tornan visibles de manera inmediata, el problema se convierte en algo dinámico. Al trasladar la solución de estos problemas a un entorno más activo cobran una dimensión más real y significativa.

Generalmente, cuando el estudiante emplea los métodos tradicionales para solucionar ecuaciones no aplica todas las estrategias heurísticas que se le sugieren. Aunque el profesor enfatiza el uso de tablas y la división del problema en subprocedimientos, los alumnos tienden a ignorar estas tácticas. En cambio, al utilizar una hoja de cálculo estos recursos heurísticos devienen automáticamente parte del proceso de solución del problema. Al diseñar la hoja el alumno tiene que separar el problema en sus componentes, y organizarlos en la tabla de acuerdo con sus interrelaciones.

Ejemplo 11: Tarjetas de Crédito e Intereses

Albretch y Firedrake[2] proponen una estrategia didáctica para trabajar con los alumnos los conceptos de interés y porcentaje utilizando la hoja electrónica. Según ellos, los docentes deben enseñar cómo utilizar el computador para resolver problemas y realizar tareas propias del mundo real. El problema consiste en calcular los intereses que generaría la demora en el pago de la cuota mensual de una tarjeta de crédito. Aunque la mayoría de la gente cancela oportunamente estas cuentas, muchos usuarios sólo abonan parte de la cuota, o se retrasan en el pago, lo cual les genera onerosos intereses por mora. La siguiente hoja permite calcular el monto de los intereses mensuales y acumulados que se pagarían por un saldo de $1.000 dólares a tasas del 12%, 15%, 18%, y 21%.

	A	B	C	D	E
1	**Intereses por Mora en tarjetas de Crédito**				
2					
3	***Interés Anual***	**12%**	**15%**	**18%**	***21%***
4	***Interés Mensual***	0.01	0.0125	0.015	0.0175
5	***Multiplic Mensual***	1.01	1.0125	1.015	1.0175
6	***Cantidad Inicial***	$1.000	$1.000	$1.000	$1.000
7	Después de 1 mes	$1.010	$1.013	$1.015	$1.018
8	Después de 2 meses	$1.020	$1.025	$1.030	$1.035
9	Después de 3 meses	$1.030	$1.038	$1.046	$1.053
10	Después de 4 meses	$1.041	$1.051	$1.061	$1.072
11	Después de 5 meses	$1.051	$1.064	$1.077	$1.091
12	Después de 6 meses	$1.062	$1.077	$1.093	$1.110
13	....				
14	Después de 12 meses	$1.127	$1.161	$1.196	$1.231

REFERENCIAS

1 ALBRECHT, B. Y FIREDRAKE, G. (1993) "Science School, Revolving Debt, and Flash cards". *The Computing Teacher*, **20**(5), 30-32.

2 ALBRECHT, B. Y FIREDRAKE, G. (1993) "Archimedes, Spreadsheets, and BASIC". *The Computing Teacher*, **20**(7), 33-36.

3 ADAMS, R.C. (1991) "Sometimes the Heat Drives You nuts". *The Computing Teacher*, **18**(7), 43-44.

4 SCHATZ, M. (1989) "Mixing Science and Spreadsheets: A Recipe for Success". *The Computing Teacher*, **16**(7), 27-29.

5 PAUL, J.R.M. (1995) "Pizza and Spaghetti. Solving Math Problems in the Primary Classroom". *The Computing Teacher*, **22**(7), 65-67.

6 NIESS, M.L. (1992) "Mathematics and M&Ms". *The Computing Teacher*, **20**(2), 29-31.

7 PARKER, J. y WIDMER, C.C. (1989) "Using Spreadsheets to Encourage Critical Thinking". *The Computing Teacher*, **16**(6), 27-28.

8 NIESS, M.L. (1995) "Analyzing and Interpreting Graphs in the Middle Grades-Bottles and Beyond". *The Computing Teacher*, **22**(4), 27-29.

9 ARAD, O.S. (1987) "The Spreadsheet: Solving Word Problems". *The Computing Teacher*, **14**(4), 13-15.